ISSN 2686-679X

ВЕСТНИК РГГУ

Серия
«Информатика.
Информационная безопасность.
Математика»

Научный журнал

RSUH/RGGU BULLETIN

"Information Science.
Information Security. Mathematics"
Series

Academic Journal

Основан в 2018 г.
Founded in 2018

3
2020

VESTNIK RGGU. Seriya «Informatica. Informacionnaya bezopasnost. Matematica»

RSUH/RGGU BULLETIN. “Information Science. Information Security. Mathematics” Series
Academic Journal

There are 4 issues of the printed version of the journal a year.

Founder and Publisher
Russian State University for the Humanities (RSUH)

RSUH/RGGU BULLETIN. “Information Science. Information Security. Mathematics” series is included: in the Russian Science Citation Index; in the List of leading scientific magazines journals and other editions for publishing PhD research findings peer-reviewed publications fall within the following research area:

20.00.00 Informatics

81.03.29 Information security, data protection,

27.00.00 Mathematics

Objectives and areas of research

RSUH/RGGU BULLETIN. “Information Science. Information Security. Mathematics” series publishes the results of research by scientists from RSUH and other universities and other Russian and foreign academic institutions. The areas covered by contributions include theoretical and applied computer science, up-to-date IT, means and technologies of information protection and information security as well as the issues of theoretical and applied mathematics including analytical and imitation models of different processes and objects. Special emphasis is put on articles and reviews covering research in indicated directions in the areas of social and humanitarian problems and also issues of personnel training for these directions.

RSUH/RGGU BULLETIN. “Information Science. Information Security. Mathematics” series is registered by Federal Service for Supervision of Communications Information Technology and Mass Media. 25.05.2018, reg. No. FS77-72977

Editorial staff office: 6, Miusskaya sq., Moscow, Russia, 125993, GSP-3

tel: +7 (916) 250-90-85

e-mail: adkozlov@mail.ru

ВЕСТНИК РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика»

Научный журнал
Выходит 4 номера печатной версии журнала в год.
Учредитель и издатель – Российский государственный гуманитарный университет (РГГУ)

ВЕСТНИК РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика» включен: в систему Российского индекса научного цитирования (РИНЦ); в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук по следующим научным специальностям и соответствующим им отраслям науки:

20.00.00 Информатика

81.93.29 Информационная безопасность, защита информации

27.00.00 Математика

Цели и область

В журнале «Вестник РГГУ», серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика» публикуются результаты научных исследований ученых и специалистов РГГУ, а также других университетов и научных учреждений России и зарубежных стран. Направления публикаций включают теоретическую и прикладную информатику, современные информационные технологии, методы, средства и технологии защиты информации и обеспечения информационной безопасности, а также проблемы теоретической и прикладной математики, включая разработку аналитических и имитационных моделей процессов и объектов различной природы. Особое внимание уделяется статьям и обзорам, посвященным исследованиям по указанным направлениям в области социальных и гуманитарных проблем, а также вопросам подготовки кадров по соответствующим специальностям для данных направлений.

ВЕСТНИК РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика» зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций 25.05.2018 г., регистрационный номер ПИ № ФС77-72977.

Адрес редакции: 125993, ГСП-3, Россия, Москва, Миусская пл., 6

Тел: +7 (916) 250-90-85

электронный адрес: adkozlov@mail.ru

Founder and Publisher
Russian State University for the Humanities (RSUH)

Ответственный за выпуск:

А.Д. Козлов, кандидат технических наук, доцент (РГГУ)

Contents

Содержание

УДК 004.6
DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-8-19

Создание SQL-запросов в реляционных базах данных

Сапияхон Хайдарова
Кокандский государственный педагогический институт им. Мукими, Коканд, Узбекистан, hay-vb1952@umail.uz

Аннотация. В статье изложены методы создания SQL-запросов в реляционных базах данных. Обосновано применение языка структурированных запросов SQL в реляционных базах данных. Приведены сведения о стандарте SQL и трехуровневой системе организации базы данных. Описан выбор модели данных, используемой на концептуальном уровне. Рассмотрена реляционная модель базы данных на примере Кокандского педагогического института. Составлена реляционная концептуальная схема информационной модели педагогического института, и данная схема изображена с помощью кластера. Представлена схема данных реляционной базы данных, соответствующей данной концептуальной схеме. Объекты предметной области изображены в виде таблиц, которые отличаются друг от друга геометрическими формами или цветом. Представлены взаимосвязи между таблицами в Microsoft Access. Рассмотрены основные правила создания и заполнения таблиц на языке SQL с помощью инструкций CREATE TABLE и INSERT INTO. Рассмотрена также задача построения запросов на извлечение данных. Приведен синтаксис оператора SELECT. Перечислены все предложения инструкции SELECT и порядок их следования. Приведены примеры на составление простых запросов и подзапросов на языке SQL с помощью инструкции SELECT для базы данных Кокандского педагогического института. Даны сведения о порядке выполнения внутренних и внешних запросов. Рассмотрено предложение ORDER BY инструкции SELECT для сортировки результатов запроса.

Ключевые слова: язык структурированных запросов, модели концептуального уровня, концептуальная схема, схема данных, инструкции CREATE TABLE и INSERT INTO, извлечение данных, SQL-оператор SELECT, простые запросы, подзапросы, внутренний подзапрос, внешний запрос, предложение ORDER BY, ключевое слово DISTINCT

Для цитирования: Хайдарова С. Создание SQL-запросов в реляционных базах данных // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2020. № 3. С. 8–19. DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-8-19

Creating SQL-queries in relational databases

Sapiahon Khaidarova
Mukimi Kokand State Pedagogical Institute, Kokand, Uzbekistan, hay-vb1952@umail.uz

Abstract. The article outlines the methods for creating SQL queries in relational databases. The use of the structured query language SQL in relational databases is substantiated. It provides information about the SQL standard and the three-tier database organization system. The author describes the choice of a data model based on the conceptual level using to that end an example of the Kokand Pedagogical Institute as the relational database model. A relational conceptual diagram of the information model of a pedagogical institute is compiled. Such a conceptual diagram is depicted using a cluster. Objects of the subject area are depicted in the form of tables, which differ from each other in geometric shapes or colors. The relationships between tables in Microsoft Access are presented. The basic rules for creating and filling tables in SQL using the instructions CREATE TABLE and INSERT INTO are considered. The syntax of the SELECT statement is given. All offers of the SELECT statement and their order are listed. Examples are given for compiling simple queries and subqueries in SQL using the SELECT statement for the database of the Kokand Pedagogical Institute. Information about the order of execution of internal and external requests is given. The article considers the ORDER BY offer of a SELECT statement for sorting query results.

Keywords: structured query language, conceptual level models, conceptual diagram, data schema, CREATE TABLE and INSERT INTO instructions, data extraction, SQL SELECT statement, simple queries, sub queries, internal sub query, external query, offer ORDER BY, keyword DISTINCT

For citation: Khaidarova, S. (2020), "Creating SQL-queries in relational databases", *RSUH/RGGU Bulletin. "Information Science. Information Security. Mathematics" Series,* no. 3, pp. 8–19, DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-8-19

Введение

В настоящее время язык SQL является самым популярным языком баз данных. Для взаимодействия с базами данных требуется хорошее практическое знание реляционного языка SQL. В повседневной жизни нам приходится работать с базами данных, язык SQL предназначен именно для этого.

Каждый раз при выборе имени в адресной книге электронной почты идет обращение к базе данных. Когда что-то ищется с помощью поискового сайта в Интернете, то посылаются запросы к базе данных. При регистрации на офисном компьютере вводятся имя и пароль, которые затем сравниваются со значениями, хранящимися в базе данных. И даже если пластиковая карта вставляется в банкомат, проверка PIN кода и остатка на счете идет через базу данных [Форта 2014].

SQL (Structured Query Language) – это язык структурированных запросов, который был специально разработан для взаимодействия с базами данных. Он предназначен для определения структуры баз данных, манипулирования данными в реляционных базах данных.

В отличие от других языков, таких как Java, C# или PHP, SQL состоит всего из нескольких слов. Многие поставщики СУБД расширили возможности SQL, введя в язык дополнительные операторы или инструкции. Эти расширения необходимы для обеспечения дополнительной функциональности или для упрощения определенных операций. И хотя часто они бывают очень полезны, подобные расширения специфичны для конкретной СУБД и редко поддерживаются более чем одним поставщиком.

Стандарт SQL контролируется комитетом ANSI (Американским национальным институтом стандартов) и соответственно называется ANSI SQL. Все крупные СУБД, даже те, у которых есть собственные расширения, поддерживают ANSI SQL. Этот стандарт в данное время также принимается ISO (Международной организацией по стандартизации).

В процессе исследований, посвященных тому, как именно должна быть устроена СУБД, американским комитетом по стандартизации ANSI сформулирована трехуровневая система организации БД: уровень внешних моделей, концептуальный уровень и физический уровень [Баканов, Романова, Крюкова 2010].

Наибольший интерес вызывают модели данных, используемые на концептуальном уровне. По отношению к ним внешние модели называются подсхемами и используют те же абстрактные категории, что и концептуальные модели данных.

Модели концептуального уровня должны выражать информацию о предметной области в виде, который не зависит от используемой СУБД. Эти модели называются **инфологическими**, или **семантическими**, и отражают фиксацию и описание объектов предметной области, их свойств и взаимосвязей в естественной и удобной для разработчиков и других пользователей форме.

Реляционная концептуальная схема

Рассмотрим реляционную модель на примере Кокандского педагогического института. Начнем работу с составления реляционной концептуальной схемы.

Под концептуальной схемой понимается описание логической структуры всей БД. Концептуальная схема педагогического института включает в себя 6 отношений под названиями ЗДАНИЕ, ФАКУЛЬТЕТ, ЗАНЯТИЯ, ПРЕДМЕТ, ГРУППА, ЭКЗАМЕН.

Ниже (рис. 1) приведена реляционная концептуальная схема информационной модели педагогического института:

Рис. 1. Концептуальная схема информационной модели

Реляционная БД, соответствующая данной концептуальной схеме, выглядит следующим образом:

ЗДАНИЕ

1	Турон 23
2	Турон 24
3	Уста Бозор 16
4	Вакф чорси 21

ФАКУЛЬТЕТ

М	Математика	2
Ф	Физика	3
Ж	Физическая культура	4
ФГ	Филология	1

ЗАНЯТИЯ

2	М
1	ФГ
3	Ф
4	Ж

ГРУППА

М	1	1	Акбаров
Ф	2	3	Иномов
ФГ	3	2	Каримова
Ж	2	2	Пулатов

ПРЕДМЕТ

Ф-1	Астрономия
Ф-2	Физика твердых тел
М-8	Математический анализ
Ф-4	Философия
М-4	Высшая алгебра
М-2	Геометрия

ЭКЗАМЕН

М-8	М	1	8.06.14	Акбаров
Ф-2	Ф	4	5.06.14	Иномов
Ф-4	ФГ	3	18.06.14	Закирова
Ф-1	Ф	5	15.06.14	Иномов
М-4	М	8	20.06.14	Солиев
М-2	М	4	22.06.14	Джураев

Рис. 2. Таблицы реляционной базы данных

Реляционная БД состоит из шести таблиц (рис. 2). Эту базу можно сколько угодно расширять. После создания этих таблиц можно будет создать запросы – например, получить ключи всех экзаменов, принимаемых Иномовым на факультете Ф. Из таблицы видно, что на факультете физики Иномов принимает два экзамена: первый экзамен с кодом Ф-1 проводится по астрономии в 5-й группе, а второй с кодом Ф-2 – по физике твердых тел в 4-й группе.

Реляционная концептуальная схема информационной модели педагогического института изображена с помощью кластера (см. рис. 3). В этой концептуальной схеме объекты предметной области изображены в виде таблиц, которые отличаются друг от друга геометрическими фигурами.

Взаимосвязи между таблицами в Microsoft Access представлены на рис. 4.

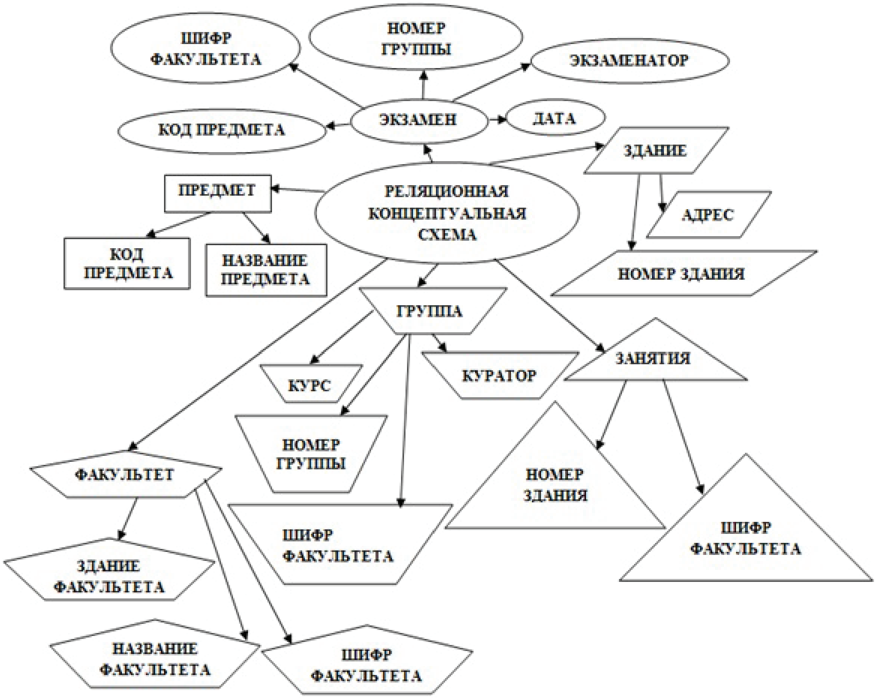

Рис. 3. Реляционная концептуальная схема

Рис. 4. Схема данных

Создание и заполнение таблиц на языке SQL

Для создания таблиц программным способом на языке SQL предназначена инструкция CREATE TABLE. Точный синтаксис инструкции CREATE TABLE может немного отличаться в различных реализациях SQL, поэтому следует обратиться к документации своей СУБД за дополнительной информацией.

Чтобы создать таблицу с помощью инструкции CREATE TABLE, нужно указать следующие данные:

▶ имя новой таблицы, которое задается после ключевых слов CREATE TABLE;

▶ имена и определения столбцов таблицы, разделенные запятыми;

▶ в некоторых СУБД также требуется, чтобы было задано расположение таблицы.

Следующая инструкция создает таблицу ЭКЗАМЕН, используемую в данной статье.

```
CREATE TABLE ЭКЗАМЕН
(
КОД_ПРЕДМЕТА CHAR(10) NOT NULL,
ШИФР_ФАКУЛЬТЕТА CHAR(10) NOT NULL,
НОМЕР_ГРУППЫ INTEGER NOT NULL,
ДАТА DATETIME NOT NULL,
ЭКЗАМЕНАТОР NOT NULL
);
```

Все столбцы таблицы определены как NOT NULL, т. е. не допускающие значений NULL.

После создания таблиц необходимо выполнить сценарий их заполнения. Заполнение таблицы ЭКЗАМЕН осуществляется с помощью инструкции INSERT. Следующая инструкция INSERT INTO заполняет первую строку таблицы ЭКЗАМЕН:

```
INSERT INTO ЭКЗАМЕН (КОД_ПРЕДМЕТА,
           ШИФР_ФАКУЛЬТЕТА,
           НОМЕР_ГРУППЫ,
           ДАТА,
           ЭКЗАМЕНАТОР)
VALUES(‘M-8’,
    ‘M’,
    ‘1’,
    ‘8.06.14’,
    ‘Акбаров’);
```

В результате выполнения данной инструкции первая строка будет вставлена в таблицу ЭКЗАМЕН. Таким же образом заполняются остальные строки таблицы ЭКЗАМЕН, используя инструкцию INSERT INTO.

Создание SQL-запросов в реляционных базах данных

После создания и заполнения всех таблиц можно будет создать запросы. Для применения SQL на практике понадобится база данных и СУБД, в которой можно выполнить SQL-запросы. В качестве СУБД был выбран Access, в котором при обращении к БД также применяется язык SQL.

Любой запрос, построенный с помощью мастера или конструктора, имеет соответствующее представление на языке SQL. Конструктор – лишь визуальное средство для создания запросов. В Access можно редактировать запросы непосредственно в режиме SQL. Для переключения режимов отображения запросов используется кнопка «Вид» панели инструментов.

Чаще всего возникает задача построения запросов на извлечение данных, для чего используется SQL-оператор SELECT.

Синтаксис оператора SELECT выглядит следующим образом:

SELECT [ALL/DISTINCT] <имя столбцов>
FROM <имя таблиц >
[WHERE <условие выборки >]
[GROUP BY < имя столбцов >]
[HAVING <условие>]
[ORDER BY < имя столбцов >]

Предложения инструкции SELECT должны указываться в определенном порядке. В таблице на рис. 5 перечислены все предложения в порядке, в котором они должны следовать.

Предложение	Описание	Необходимость
SELECT	Столбцы или выражения, которые должны быть получены	Да
FROM	Таблица для извлечения данных	Только если извлекаются данные из таблицы
WHERE	Фильтрация на уровне строк	Нет
GROUP BY	Определение группы	Только если выполняются итоговые вычисления по группам
HAVING	Фильтрация на уровне групп	Нет
ORDER BY	Порядок сортировки результатов	Нет

Рис. 5. Предложения инструкции SELECT и порядок их следования

Инструкция SELECT предназначена для извлечения одного или нескольких столбцов из таблицы. Чтобы при помощи инструкции SELECT извлечь данные из таблицы, нужно указать, как минимум два параметра: что именно требуется извлечь и откуда.

Начнем с простой инструкции SELECT.

Пример1. Требуется получить ключи всех экзаменов, принимаемых Иномовым на факультете Ф.

Для решения этой задачи можно написать следующий запрос:

SELECT КОД_ПРЕДМЕТА, ШИФР_ФАКУЛЬТЕТА, НОМЕР_
ГРУППЫ
FROM ЭКЗАМЕН
WHERE ЭКЗАМЕНАТОР = ‘Иномов’ AND
ШИФР_ФАКУЛЬТЕТА=’Ф’;

Результат данного запроса:

КОД_ПРЕДМЕТА	ШИФР_ФАКУЛЬТЕТА	НОМЕР_ГРУППЫ
- - - - - - - - - - - - -	- - - - - - - - - - - - - - - - -	- - - - - - - - - - - - - -
Ф-2	Ф	4
Ф-1	Ф	5

Пример 2. Требуется получить все коды предметов, по которым принимает экзамены Закирова.

SELECT КОД_ПРЕДМЕТА
FROM ЭКЗАМЕН
WHERE ЭКЗАМЕНАТОР = ‘Закирова’

Результат представляет собой коды предметов, по которым принимает экзамены Закирова:

КОД_ПРЕДМЕТА
- - - - - - - - - - - - - - - -
Ф-4

Все инструкции, с которыми мы имели дело, представляли собой простые запросы: посредством отдельных инструкций извлекались данные из определенных таблиц. Для извлечения данных из нескольких таблиц в SQL применяются *подзапросы*: запросы, которые вложены в другие запросы.

Пример 3. Найти номера всех зданий, в которых могут заниматься группы второго курса.

Для решения этой задачи можно написать следующий подзапрос:

SELECT НОМЕР_ЗДАНИЯ
FROM ЗАНЯТИЯ
WHERE ШИФР_ФАКУЛЬТЕТА IN (SELECT ШИФР_ФАКУЛЬТЕТА
FROM ГРУППА
WHERE КУРС =2);

Подзапросы всегда обрабатываются, начиная с самой внутренней инструкции SELECT в направлении «изнутри наружу». При обработке предыдущей инструкции СУБД в действительности выполняет две операции.

Вначале она выполняет внутренний подзапрос:

SELECT ШИФР_ФАКУЛЬТЕТА FROM ГРУППА WHERE КУРС =2

Результат внутренного подзапроса:

ШИФР_ФАКУЛЬТЕТА
- - - - - - - - - - - - - - - - - -
ФГ
Ж

Внутренний подзапрос возвращает два шифра факультета: ФГ и Ж, которые затем используются как предложение WHERE внешнего запроса в формате с разделителем в виде запятой, необходимом для оператора IN.

Теперь внешний запрос становится таким:

SELECT НОМЕР_ЗДАНИЯ FROM ЗАНЯТИЯ WHERE
ШИФР_ФАКУЛЬТЕТА IN (ФГ,Ж)

Запрос внешнего уровня возвращает искомые данные:

НОМЕР_ЗДАНИЯ
- - - - - - - - - - - - - - -
1
4

Теперь рассмотрим предложение ORDER BY инструкции SELECT для сортировки результатов запроса. В нем указывается имя одного или нескольких столбцов, по которым и сортируются результаты запроса. Рассмотрим следующий пример.

SELECT ЭКЗАМЕНАТОР
FROM ЭКЗАМЕН
ORDER BY ЭКЗАМЕНАТОР;

Эта инструкция заставляет СУБД отсортировать данные в алфавитном порядке по столбцу ЭКЗАМЕНАТОР. Результат показан ниже.

ЭКЗАМЕНАТОР

- - - - - - - - - - - - - -

Акбаров

Джураев

Закирова

Иномов

Иномов

Солиев

Инструкция SELECT вернула 6 строк, хотя в списке всего пять экзаменаторов. Для того чтобы получить список уникальных значений, применяется ключевое слово DISTINCT:

SELECT DISTINCT ЭКЗАМЕНАТОР

FROM ЭКЗАМЕН;

Запрос возвращает только записи с отличающимися значениями ЭКЗАМЕНАТОР, и в результате получено пять строк.

Заключение

В статье рассмотрены методы создания SQL-запросов в реляционных базах данных. SQL является самым популярным языком баз данных, который предназначен для формирования, манипулирования и извлечения данных из реляционной базы данных. Преимущество реляционных баз данных заключается в том, что они могут оперировать гигантскими объемами данных. При использовании реляционных баз данных следует владеть методами взаимодействия с данными баз, что требует хорошего практического знания SQL.

Следует отметить, что язык SQL является не только языком реляционных баз данных, но одновременно служит для взаимодействия с множеством баз данных. Приведенные примеры подходят для систем управления базами данных IBM DB2, Microsoft Access, Microsoft SQL Server, My SQL, Oracle, PostgreSQL, SQLite, MariaDB и Apache OpenOffice Base. Даже при будущем переходе MySQL на программу типа Microsoft SQL Server большая часть команд выглядит одинаково.

Литература

Баканов, Романова, Крюкова 2010 – *Баканов М.В., Романова В.В., Крюкова Т.П.* Базы данных. Системы управления базами данных. Кемерово: Кемеровский технологический институт пищевой промышленности, 2010.

Форта 2014 – *Форта Б*. Освой самостоятельно SQL за 10 минут. М.: Вильямс, 2014.

References

Bakanov, M.V., Romanova, V.V. and Kryukova, T.P. (2010), *Bazy dannykh. Sistemy upravleniya bazami dannykh* [Database. Database management systems], Kemerovskii tekhnologicheskii institut pishchevoi promyshlennosti, Kemerovo, Russia.

Forta, B. (2014), *Osvoy samostoyatel'no SQL za 10 minut* [Master SQL Yourself in 10 Minutes], Williams, Moscow, Russia.

Информация об авторе

Сапияхон Хайдарова, кандидат технических наук, доцент, Кокандский государственный педагогический институт им. Мукими, Коканд, Республика Узбекистан; 150700, Республика Узбекистан, Коканд, ул. Турон, д. 23; hay-vb1952@umail.uz

Information about the author

Sapiahon Khaidarova, Cand. of Sci. (Engineering), associate professor, Mukimi Kokand State Pedagogical Institute, Kokand, Uzbekistan; bld. 23, Turon str., Kokand, Uzbekistan, 50700; hay-vb1952@umail.uz

УДК 02:37
DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-20-34

Математические знания библиотекарей – основа получения профессиональных компетенций

Армен О. Адамьянц
Государственная публичная научно-техническая библиотека России
Москва, Россия, armen@gpntb.ru

Аннотация. Рассматривается ранее неоднократно поднимавшийся вопрос о необходимости фундаментальной математической подготовки для представителей библиотечной профессии. Установлено, что федеральными государственными образовательными стандартами по направлению подготовки «Библиотечно-информационная деятельность» не только не предусмотрено изучение математики, но и такой термин в них отсутствует. Стандартизирован комплекс профессиональных задач, которые выпускник программ подготовки должен уметь решать, а также сформулированы соответствующие целям образования компетенции, которые должны быть сформированы у бакалавров и магистров. Приводится полный перечень задач и компетенций из стандартов, который убеждает в необходимости серьезной математической подготовки обучающихся. Выявлено, что только на этапе разработки основных документов учебно-методических комплексов образовательные учреждения должны самостоятельно решать вопрос о качественной математической подготовке специалистов, без которой невозможно достичь требуемого уровня их компетентности по окончании обучения. Приводятся различные подходы к обучению, в том числе авторский опыт преподавания математики. Раскрывается содержание преподаваемой дисциплины, включая понятия систем и их свойства, а также состав и обеспечение функционирования информационных систем. Даны примеры применения различных математических моделей, разъясняется возможность исследования с их помощью физических и социальных процессов. Поясняются подходы к измерению количества информации. Описаны методы обучения проектированию библиотечных и других информационных систем. Приводятся примеры применения математического аппарата студентами в процессе изучения специальных дисциплин и при написании курсовых и выпускных работ.

Ключевые слова: математические знания, библиотечные профессии, уровни образования, практика преподавания, компетенции

Для цитирования: Адамьянц А.О. Математические знания библиотекарей – основа получения профессиональных компетенций // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2020. № 3. С. 20–34. DOI: 0.28995/2686-679X-2020-3-20-34

Librarians' mathematical knowledge as the foundation for building up professional skills

Armen O. Adamyants
Russian National Public Library for Science and Technology
Moscow, Russia, armen@gpntb.ru

Abstract. The article deals with the previously raised issue of the need for fundamental mathematical education in library profession. It was found that the federal state educational standards for "Library and Information Activities" area neither make nor provision for the study of mathematics, nor do they even mention such term. A set of professional tasks that a graduate of training programs should be able to solve is standardized, as well as competencies corresponding to the goals of education were formulated, which should be formed in bachelor's and master's skills. A complete list of tasks and skills from the standards is provided that convinces of the need for serious mathematical training of library school students. It is revealed that only at the stage of developing the basic documents of educational and methodological complexes, educational institutions should independently decide the issue of high-quality mathematical training of specialists, without which it is impossible to achieve the required level of their competence upon completion of training. Various approaches to teaching are given, including the author's experience in teaching mathematics. The content of the taught discipline is revealed, including the concepts of systems and their properties, as well as the composition and maintenance of information systems functioning. Examples of the applying various mathematical models are given, the possibility of studying physical and social processes with their help is explained. Methods for teaching the design of the library and other information systems are described. The author examples of the mathematical apparatus used by students in the process of studying special disciplines and when writing the term and graduation papers.

Keywords: mathematical knowledge, library profession, education levels, teaching practice, skills and competence

For citation: Adamyants, A.O. (2020) "Librarians' mathematical knowledge as the foundation for building up professional skills", *RSUH/RGGU Bulletin. "Information Science. Information Security. Mathematics" Series,* no. 3, pp. 20–34, DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-20-34

Введение

«Математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки бакалавров. Обусловлено это тем, что математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры». Этот тезис из учебного пособия П.В. Греса «Математика для гуманитариев» [Грес 2003] мог быть и эпиграфом настоящей статьи. Пособие оказало автору большую помощь, особенно в начале преподавания курса математики на кафедре «Электронные библиотеки, информационные технологии и системы» библиотечного факультета Московского государственного университета культуры и искусств (ныне Московский государственный институт культуры), созданной и возглавляемой до 2020 г. доктором технических наук, профессором Я.Л. Шрайбергом.

Кафедра выпускала специалистов с квалификацией «Технолог автоматизированных информационных ресурсов», а по сути разработчиков автоматизированных библиотечно-информационных систем (АБИС), которые при этом могли разрабатывать автоматизированные информационные системы (АИС) и в смежных социально-гуманитарных областях.

В упомянутом учебном пособии есть ссылка на Государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования по направлениям подготовки – юриспруденция, психология, социология, социальная работа, философия, коммерция, экономика, менеджмент и др., в которых конкретно указаны восемь направлений применения бакалавром в дальнейшем своих профессиональных знаний в области математики и информатики.

Настоящая статья имеет целью, в частности, показать, каким образом и на основании каких нормативных документов специалисты библиотечно-информационной сферы могут сейчас получать математические знания.

Характеристика нормативных документов

В настоящее время действуют Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС) по направлению подготовки (специальности) 51.03.06 «Библиотечно-информационная деятельность» (БИД) и уровню высшего образования бакалавриат и Федеральный государственный образовательный стандарт по направлению подготовки (специальности) 51.04.06 «Библиотечно-информационная деятельность» и уровню высшего образования магистратура, утвержденные приказами Министерства образования и науки Российской Федерации.

Анализ этих документов показывает, что ни в одном из них нет термина «математика» или упоминания о математическом образовании.

Как известно, после введения в действие ФГОС разрабатываются примерные основные образовательные программы (ПООП). Такие программы были разработаны специалистами Учебно-методического совета вузов России по библиотечно-информационному образованию. Но и в них такой же дефект – отсутствие даже упоминания о необходимости математического образования, что и во ФГОС.

Несмотря на отмеченные дефекты в содержании стандартов, в соответствии с ФГОС выпускник программ бакалавриата должен быть готов решать целый комплекс профессиональных задач, в том числе:

– информационная диагностика профессиональной области и информационное моделирование;
– участие в моделировании развития и модернизации библиотечно-информационных организаций и систем;
– организация и технология библиотечно-информационного обслуживания пользователей;
– использование информационно-коммуникационных технологий в библиотечно-информационной деятельности;
– формирование информационно-поисковых систем и баз данных.

При этом сформулированы соответствующие целям образования компетенции, которые должны быть сформированы у выпускника. Отметим некоторые из них:

– готовность к овладению перспективными методами библиотечно-информационной деятельности на основе информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);
– готовность к использованию научных методов сбора и обработки эмпирической информации при исследовании библиотечно-информационной деятельности (ПК-2);
– способность к выявлению, анализу и оценке информационных ресурсов общества (ПК-5);
– способность к информационной диагностике профессиональной области и информационному моделированию (ПК-7);
– способность к применению методов и процедур информационного анализа текстов (ПК-10);
– готовность к применению результатов прогнозирования и моделирования в профессиональной сфере (ПК-20).

Кроме того, ПООП по направлению подготовки (специальности) 51.03.06 «Библиотечно-информационная деятельность» и уровню высшего образования бакалавриат содержит следующие обязательные профессиональные компетенции:

- готовность к реализации технологических процессов библиотечно-информационной деятельности (ПКО-4), дополняющую указанные во ФГОС;
- готовность к овладению перспективными методами библиотечно-информационной деятельности на основе информационно-коммуникационных технологий (ПКО-5), раскрывающую суть ОПК-1 из ФГОС посредством описания индикаторов достижения профессиональных компетенций по схеме знать – уметь – владеть.

Обратимся к документам, касающимся подготовки магистров.

ФГОС определяет области и сферы профессиональной деятельности, в которых выпускники, освоившие программу магистратуры, могут осуществлять свою профессиональную деятельность:

- образование и наука,
- культура, искусство,
- связь, информационные и коммуникационные технологии,
- административно-управленческая и офисная деятельность.

Стандартом определен комплекс компетенций, устанавливаемых программой магистратуры, в том числе универсальные компетенции:

- способность управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла (УК-2);
- способность применять современные коммуникативные технологии, в том числе на иностранном(ых) языке(ах), для академического и профессионального взаимодействия (УК-4);
- общепрофессиональную компетенцию – способность организовывать исследовательские и проектные работы в области культуроведения и социокультурного проектирования (ОПК-1).

ПООП по направлению подготовки (специальности) 51.04.06 «Библиотечно-информационная деятельность» и уровню высшего образования магистратура, в свою очередь, дополнительно устанавливает весьма существенные обязательные профессиональные компетенции и индикаторы их достижения, среди них:

- готовность к разработке, организации и проведению комплексных исследований по конкретным направлениям и проблемам библиотечно-информационной деятельности (ПКО-1);
- готовность к системному анализу, экспертизе и модернизации технологических процессов в сфере библиотечно-информационной деятельности (ПКО-3).

Далее наступает этап работ непосредственно в самих образовательных учреждениях, когда разрабатываются основные профессиональные образовательные программы по направлениям подготовки, учебные планы, рабочие программы дисциплин и другие традиционные составляющие учебно-методических комплексов.

Именно в этот момент образовательные учреждения могут и должны самостоятельно решать вопрос о качественной математической подготовке специалистов, без которой, и это уже очевидно, невозможно достичь требуемого уровня подготовки обучающихся.

Подходы к математической подготовке обучающихся

Ранее, до введения двухуровневой системы высшего образования, в рамках подготовки специалистов направления библиотечно-информационная деятельность по рекомендации нормативных документов в учебный план обязательно включалась дисциплина «Информатика и математика». Каждый из разделов в объеме 72 аудиторных часа последовательно читался в отдельном семестре.

В настоящее время по усмотрению образовательного учреждения выбираются различные подходы, например, когда дисциплина включается для магистрантов (направление БИД) как дисциплина по выбору в составе программ блока дисциплин вариативной части под названием «Математика в социально-гуманитарной сфере» или «Математические основы теории систем». Но сказанное носит исключительный, а не общепринятый характер при подготовке специалистов библиотечной профессии, математику магистрантам в вузах могут вообще не читать.

При этом следует отметить, что, например, в программы подготовки бакалавров в вузах культуры по специальностям издательской деятельности, книговедения, культурологии, музеологии и охраны объектов культурного и природного наследия преподавание математики обязательно включается (предусмотрено нормативными документами), как и при подготовке других специалистов-«гуманитариев», о которых сказано в начале статьи. Автор имеет опыт преподавания математики при подготовке специалистов, бакалавров и магистров.

Остановимся на опыте преподавания математики гуманитариям на примере обучения специалистов библиотечно-информационной сферы. Учитывая, что предварительная математическая подготовка аудитории независимо от уровня образования бакалавриата или магистратуры одинакова, то и рабочие программы дисциплин для них практически были идентичны.

Процесс обучения основывался на дуальном характере деятельности библиотекаря-профессионала, на специфике и уникальности его деятельности, заключающейся в необходимости профессиональной компетентности в области технических наук (что связано с автоматизацией библиотечно-информационных процессов), с одной стороны, и наличия профессиональной компетентности именно в области библиотечно-информационной деятельности – с другой [Доронина 2016].

В силу того что аудитория слушателей представляет собой как будущих, так и функционирующих специалистов-практиков библиотечной сферы разных направлений, представлялось целесообразным разъяснить, зачем нужны и где реально необходимы математические знания в библиотечной профессии. И конечно, учебно-практическое пособие [Ключенко 2009] позволило автору, не имеющему базового библиотечного образования, аргументированно доказывать необходимость фундаментальной математической подготовки для представителей библиотечной профессии.

В указанной работе определены «области библиотечно-информационной деятельности, в которые проникают математические методы»:

– библиотечное и библиографическое обслуживание, библиотечная статистика, мониторинг тенденций развития документационных потоков;
– организация библиотечных фондов и ведение справочно-библиографического аппарата;
– научная обработка документов;
– организация и управление библиотечным делом.

При этом указаны связанные с этими областями разделы математики (которые можно дополнять и другими разделами на усмотрение преподавателя – например, аппроксимация, интерполяция и экстраполяция функций), что позволяет преподавателю при изучении разделов обучающимися конкретно показывать, как их применять в профессии.

И так как термин «модель» проходит рефреном в дальнейшем в течение всего процесса общения с обучающимися, в качестве примеров следует использовать приложения математических знаний, в том числе наглядную матрицу «Области применения математических методов в библиотечно-библиографической деятельности» из учебно-практического пособия.

Во вводной части курса подробно рассказывается и демонстрируется на простых доступных примерах, что такое система, какие они бывают, что у них общего, что такое информационные потоки и ресурсы, модели и моделирование на примере физических или социальных явлений, что необходимо для обеспечения работоспособности системы и выполнения возложенных на нее функций.

Далее при изучении конкретных разделов особое внимание уделяется применимости того или иного математического понятия в реально существующих социальных или профессиональных процессах для их наблюдения, анализа, совершенствования и управления ими.

Итак, вводится понятие системы как объективного единства закономерно связанных друг с другом предметов, явлений, сведений, а также знаний о природе, обществе и т. п. Каждый объект, чтобы его можно было считать системой, должен обладать четырьмя основными свойствами или признаками (целостностью и делимостью, наличием устойчивых связей, организацией и эмерджентностью). Разъяснение признаков системы при любой подготовленности аудитории не представляет затруднений и является необходимым.

В последующем, когда изучается теория множеств, после утверждения, что теоретико-множественные понятия лежат в основе всех разделов математики, происходит возврат еще к одному определению понятия «система». Система – это множество элементов, находящихся в отношениях и связях между собой и образующих определенную целостность (единство).

Ниже приводятся три первых слайда (рис. 1–3) для демонстрации обучающимся, на примере социальной сферы общества, для пояснения понятия системы, ее признаков и т. п.

СОЦИАЛЬНАЯ СФЕРА ОБЩЕСТВА

удовлетворяет потребности людей в материальных и духовных товарах и услугах, в образовании;
осуществляет социальную защиту, здравоохранение, защиту от чуждых и опасных явлений природы.

Рассмотрим на примерах, какие элементы социальной структуры и каким образом могут обеспечить удовлетворение хотя бы части вышеуказанных потребностей и в чем их общность

МАГАЗИНЫ
РЕСТОРАНЫ, КАФЕ
БИБЛИОТЕКИ

Рис. 1. Социальная сфера общества

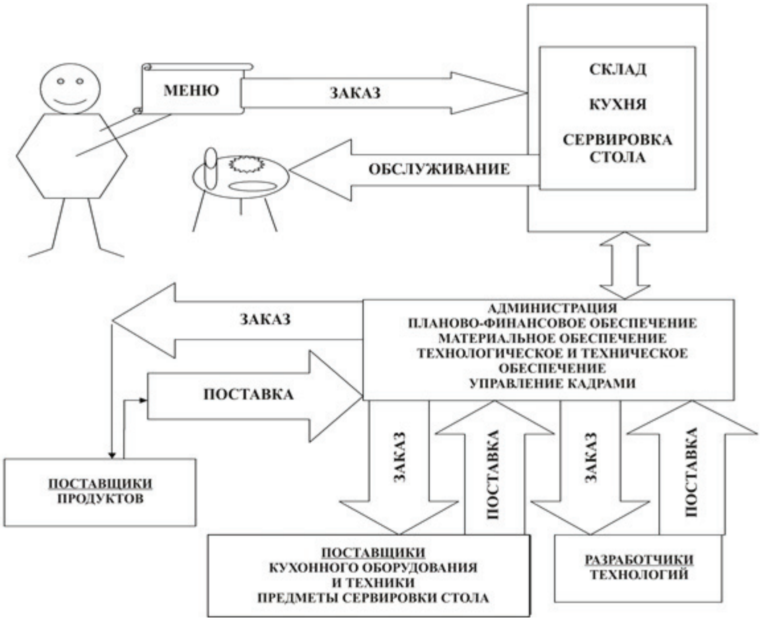

Рис. 2. Схема системы обслуживания «Кафе»

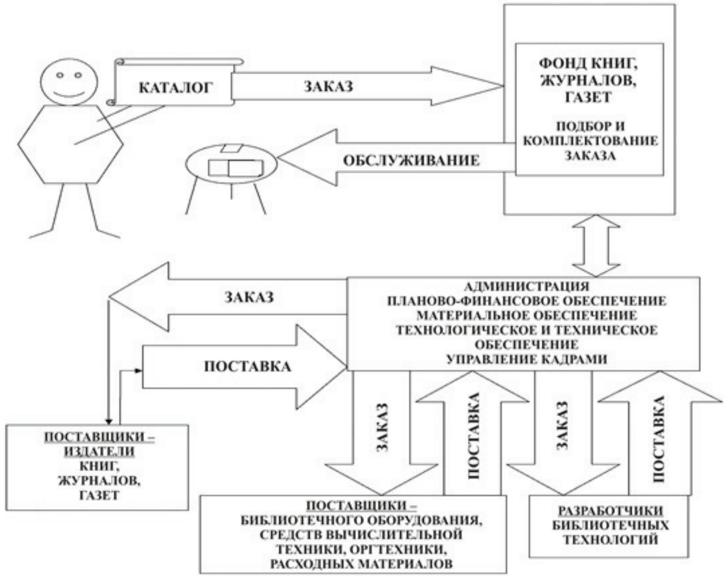

Рис. 3. Схема системы обслуживания «Библиотека»

Таким образом, для наглядности сравнения дается укрупненная функционально-технологическая схема, дополненная рисунками, двух систем обслуживания: «Кафе» и «Библиотека»: Слайд 2 и Слайд 3.

Сразу видна идентичность работы функциональных блоков:

– изучение меню или каталога книг, журналов и т. д. фонда библиотеки,
– заказ по выбору посетителя или запрос пользователя библиотеки,
– приготовление блюд или подбор литературы из фондов библиотеки, выполнение запроса,
– обслуживание посетителя в соответствии с заказом или выдача литературы, результатов поиска по запросу.

Вся указанная деятельность должна быть разносторонне обеспечена, причем виды обеспечения полностью совпадают:

– нормативно-правовое обеспечение – каким регламентирующим документом создана организация, ее функции, категории пользователей, виды и формы обслуживания, состав и организация наполнения фондов и т. п.;
– организационно-технологическое обеспечение – технологическая структура, комплекс нормативно-методических материалов и инструкций на всех технологических участках, контроль и управление технологическими процессами;
– информационное обеспечение – входные и выходные потоки информации (виды и формы представления документов, запросов, ответов на запросы), структура и наполнение баз данных автоматизированных систем;
– лингвистическое обеспечение – классификаторы, рубрикаторы, словари, тезаурусы;
– техническое обеспечение – оргтехника, хранилища, вычислительный комплекс и средства связи;
– программное обеспечение – лицензированные программные средства, собственные разработки для вычислительного комплекса;
– эргономическое обеспечение – благоприятные комфортные условия взаимодействия между людьми и другими элементами системы, например, техническими средствами.

Внимание студентов обращается на стрелки, соединяющие отдельные блоки технологической схемы, с объяснением, что они и есть потоки информации.

Для измерения количества информации в этих потоках (информационной энтропии как функции состояния, меры беспорядка, хаоса) приводится формула К. Шеннона. На примере формулы К. Шеннона студенты видят, а некоторые впервые, обозначение суммы прописной буквой греческого алфавита «сигма», вспоминают о функции логарифма (далее в программе дисциплины будет самостоятельный раздел, посвященный функциям) и встречаются с понятием вероятности уже не в быту, а в математической формуле.

Кроме того, они познают математический смысл «информационной энтропии» как логарифма количества доступных состояний системы (основание логарифма может быть различным, но большим 1), что определяет единицу измерения энтропии, и получают объяснение, почему перед формулой стоит знак «минус».

Далее студентам надо разъяснить, что полученные математические знания помогут им, будущим руководителям различного уровня и профессиональным библиотекарям, формулировать и ставить задачи разработчикам систем, быть пользователями современных систем, а также самим быть разработчиками, руководителям строить свою систему управления объектами на принципах системного анализа и прогнозирования информационных потоков и необходимых ресурсов.

Представляется интересным кратко рассказать аудитории, что одним из подходов к исследованию процессов является математическое моделирование их с применением критериев подобия. Приводятся примеры, хотя может показаться странным, из области гидродинамики с пояснением, что такое критерии подобия с использованием чисел Рейнольдса и Фруда, без углубления в математическое описание, но с раскрытием физической сущности. Показано, что простое масштабирование неприменимо при исследовании как физических, так и, конечно, социальных процессов.

При переходе к понятиям и примерам применения моделирования, моделей, о необходимости глубоких знаний которых много сказано в вышеупомянутых нормативных документах Минобрнауки РФ, необходимо пояснить обучающимся, для чего необходимо и что дает создание моделей.

В первую очередь, это исследование объектов, явлений или процессов на их информационных моделях, а не при их физической реализации, что зачастую затруднительно по ряду причин, включая социальные и экономические. В качестве примера применения моделей достаточно привести изучение работы синхрофазотрона или исследование сейсмоустойчивости зданий, изменение или введение нового законодательства в финансово-экономической сфере, в повседневных условиях обитания и жизнедеятельности людей. К чему приводят волюнтаристские решения в управлении государством – известно.

Модели предоставляют возможность выбора способов управления и принятия обоснованных и продуманных решений для улучшения характеристик реальных объектов и процессов благодаря пониманию сути явлений. Сказанное выше можно дополнить возможностью прогнозирования деятельности объекта; получением на основе моделирования новой информации об объекте; интеграцией и систематизацией информации об объекте. Следует убедить слушателей, что познание посредством моделирования применимо к системам практически во всех областях или сферах деятельности или среды обитания, и показать, как создавать адекватную модель какой-либо области или явления и что надо для этого знать.

Во МГИК в учебной программе подготовки магистров по профилю «Библиотечно-информационные технологии: теория и методология», которых в дальнейшем должны обучать в том числе и проектированию автоматизированных библиотечно-информационных систем, на математику как на курс по выбору было выделено всего 34 часа аудиторных занятий и 38 часов на самостоятельную работу студентов. Курс состоял из только шести разделов, что, безусловно, было крайне недостаточно.

Тем не менее в состав курса «Математические основы теории систем» входили:

1. Понятия и свойства систем. Понятие системы и ее свойства. Основные признаки систем: целостность, организация, эмерджентность. Классификация систем. Понятия описания систем: состояние, поведение, равновесие, устойчивость.

2. Числа. Координаты. Понятия равенства, тождества, уравнения. Теория множеств. Элементы комбинаторики.

2.1. Вещественные числа: натуральные, рациональные, иррациональные, трансцендентные, мнимые, комплексные.

2.2. Метод координат. Координаты точки на прямой. Координаты точки на плоскости. Другие системы координат.

2.3. Понятие множества. Способы задания множеств. Интервалы, полуинтервалы. Теоретико-множественные операции (алгебра множеств). Множество вещественных (действительных) чисел.

2.4. Комбинаторика. Основные правила комбинаторики (сложение и умножение). Размещения. Перестановки. Сочетания.

3. Основы теории вероятности и математической статистики.

3.1. Испытания и события. Виды событий, действия над событиями. Классическое определение вероятности. Статистическое определение вероятности. Закон больших чисел (теорема Бернулли). Непосредственное вычисление вероятности.

Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности.

3.2. Дискретные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.

Непрерывные случайные величины. Функция распределения непрерывной случайной величины. Плотность распределения, математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины. Основные законы распределения. Статистические совокупности. Характеристики и параметры.

4. Матрицы. Определитель матрицы. Системы линейных уравнений.

4.1. Матрицы. Основные понятия. Действия над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц. Примеры приложений матриц.

4.2. Понятие определителя матрицы. Понятия дополнительного минора и алгебраического дополнения элемента матрицы. Вычисление определителей. Свойства определителей.

4.3. Системы n-линейных уравнений с n-неизвестными. Определение решения системы уравнений и ее совместности. Правило Крамера. Метод Гаусса.

5. Основные функции и их свойства. Понятие функции. Типы функций. Способы задания функций. Основные функции и их графики, свойства функций. Пределы функций. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы.

6. Основы математического анализа.

6.1. Дифференциальное исчисление. Производная и дифференциал функции. Правила и формулы дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Производные сложных функций. Производные старших порядков. Приложения производной.

6.2. Интегральное исчисление. Неопределенный интеграл. Интегрирование основных функций. Методы интегрирования. Определенный интеграл. Приложения интегрального исчисления.

Полученные математические знания в дальнейшем реально станут применяться при освоении обучающимися дисциплин, посвященных проектированию АБИС. Сказанное справедливо как при матричном подходе к проектированию (или матричному управлению проектированием), когда строки матрицы представляют собой множество функциональных подсистем системы, а столбцы матрицы – множество видов обеспечений системы [Воройский 2002], так и в случае внедрения в учебный процесс перспективной функциональной модели учебного кластера «Проектирование информационных систем» как образовательной системы, созданного на базе методологии структурного анализа и проектирования [Доронина 2016].

Ранее при подготовке технологов, когда объем только аудиторных занятий был 72 часа, безусловно, состав разделов был значительно шире и включал в себя, например, «Дифференциальные уравнения» (решение каких задач приводит к дифференциальным уравнениям, что такое динамические системы, методы интегрирования дифференциальных уравнений, а также другие разделы).

Заключение

Математические знания обучающимся достаточно часто приходится применять, а их нехватку зачастую восполнять и при написании ими курсовых и выпускных работ, с чем часто приходится сталкиваться при консультировании студентов.

Приведем некоторые примеры из опыта работы кафедры – темы дипломных работ по квалификации «технолог автоматизированных информационных ресурсов» и темы магистерских диссертаций:

1. Информационные ресурсы интернета в области образования.
2. Лингвистические средства электронных библиотек.
3. Лингвистическое обеспечение автоматизированных библиотечно-информационных систем.
4. Оптимизация работы пользователей с электронными каталогами библиотек.
5. Использование баз данных электронной периодики в практике работы библиотек.
6. Инновационные формы библиотечно-информационного обслуживания пользователей в цифровой среде.

Важно отметить, что на кафедре «Электронные библиотеки, информационные технологии и системы» были подготовлены, представлены в диссертационный совет МГУКИ (МГИК) и успешно защищены свыше тридцати диссертаций как по педагогическим, так и по техническим наукам.

О необходимости включения специальных курсов или разделов по применению математических методов в программы по повышению квалификации библиотечных работников сказано в учебно-методическом пособии [Шрайберг, Адамьянц 2011].

Литература

Воройский 2002 – *Воройский Ф.С.* Основы проектирования автоматизированных библиотечно-информационных систем. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.

Грес 2003 – *Грес П.В.* Математика для гуманитариев. М.: Логос, 2003.

Доронина 2016 – *Доронина И.Н.* Функциональное моделирование библиотечно-информационных образовательных систем. М.: Пашков дом, 2016.
Ключенко 2009 – *Ключенко Т.И.* Математика в библиотечной профессии. М.: Либерея-Бибинформ, 2009.
Шрайберг, Адамьянц 2011 – *Шрайберг Я.Л., Адамьянц А.О.* Повышение квалификации библиотечно-информационных работников: современный подход. М.: ЛИТЕРА, 2011.

References

Doronina, I.N. (2016), *Funktsional'noe modelirovanie bibliotechno-informatsionnykh obrazovatel'nykh system* [Functional modeling of the library and information educational systems], Pashkov Dom, Moscow, Russia.
Gres, P.V. (2003), *Matematika dlya gumanitariev* [Mathematics for the humanities], Logos, Moscow, Russia.
Klyuchenko, T.I. (2009), *Matematika v bibliotechnoi professii* [Mathematics for the librarians], Liberiya-Bibinform, Moscow, Russia.
Shraiberg, Ya.L. and Adamyants, A.O. (2011), *Povyshenie kvalifikatsii bibliotechno-informatsionnykh rabotnikov: sovremennyi podkhod* [Continuing education of the library and information workers. Current approach], LITERA, Moscow, Russia.
Voroiskii, F.S. (2002), *Osnovy proektirovaniya avtomatizirovannykh bibliotechno-informatsionnykh system* [Foundations of the automated library and information system design], FIZMATLIT, Moscow, Russia.

Информация об авторе

Армен О. Адамьянц, кандидат технических наук, доцент, Государственная публичная научно-техническая библиотека России, Москва, Россия; 123298, Россия, Москва, ул. 3-я Хорошевская, 17; armen@gpntb.ru

Information about the author

Armen O. Adamyants, Cand. of Sci. (Engineering), associate professor, Russian National Public Library for Science and Technology, Moscow, Russia; bld. 17, 3-rd Khoroshevskaya Str., Moscow, Russia, 123298; armen@gpntb.ru

УДК 512.6
DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-35-46

О квадратичных формах со стационарной гиперплоскостью

Аллаберди Г. Галканов
Государственный гуманитарно-технологический университет, Орехово-Зуево, Московская обл., Россия, agalkanov@yandex.ru

Аннотация. Критический анализ (с конкретными численными примерами) выводов, вытекающих из теории Онзагера в классической линейной термодинамике необратимых процессов, показал недостаточность условий, гарантирующих неотрицательность и равенство нулю производства энтропии. С целью разобраться в причинах этой ситуации в статье введено понятие квадратичной формы со стационарной гиперплоскостью и составлена система нелинейных уравнений специального вида, в которой неизвестным является булев вектор. Даны их точные определения. Сформулирована и доказана теорема как критерий, выполнение условий которой необходимо и достаточно для того чтобы квадратичная форма являлась формой со стационарной гиперплоскостью.

Показано, что квадратичная форма со стационарной гиперплоскостью применительно к производству энтропии дает вполне корректные объяснения тем расхождениям, которые имеют место в теории Онзагера. Вместе с тем эти объяснения не противоречат второму началу термодинамики. Таким образом, квадратичная форма со стационарной гиперплоскостью может рассматриваться как вполне адекватная математическая модель для исследования определенного класса вопросов в классической линейной термодинамике необратимых процессов.

Показано, что всякая квадратичная форма со стационарной гиперплоскостью приводима к полному квадрату и является положительной полуопределенной формой. Квадратичные формы со стационарной гиперплоскостью могут быть использованы в учебном процессе в курсе алгебры при изучении темы «Квадратичные формы».

Ключевые слова: квадратичная форма, стационарная гиперплоскость, квадратичная форма со стационарной гиперплоскостью, уравнение стационарной гиперплоскости, теория Онзагера, теория Пригожина, производство энтропии

Для цитирования: Галканов А.Г. О квадратичных формах со стационарной гиперплоскостью // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2020. № 3. С. 35–46. DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-35-46

On quadratic forms with a stationary hyperplane

Allaberdi G. Galkanov

State Humanitarian-Technological University, Orekhovo-Zuevo, Moscow Region, Russia, agalkanov@yandex.ru

Abstract. A critical analysis (with specific numerical examples) of the conclusions following from Onsager's theory in the classical linear thermodynamics of irreversible processes shown the insufficiency of conditions that guarantee the non-negativity and equality to zero of the entropy production. In order to understand the reasons for such a situation, the article introduces the concept of a quadratic form with a stationary hyperplane and compiles a system of nonlinear equations of a special form, in which a Boolean vector is unknown. Their precise definitions are given. The theorem is formulated and proved as a criterion, the fulfillment of the conditions of which is necessary and sufficient for a quadratic form to be a form with a stationary hyperplane.

It is also shown that the quadratic form with a stationary hyperplane as applied to the production of the entropy gives quite correct explanations for the discrepancies that occur in Onsager's theory. Instead, those explanations do not contradict the second law of thermodynamics. Thus, a quadratic form with a stationary hyperplane can be considered as a completely adequate mathematical model for studying a certain class of issues in the classical linear thermodynamics of irreversible processes.

It is shown as well that every quadratic form with a stationary hyperplane is reducible to a perfect square and is a positive semidefinite form. So quadratic forms with a stationary hyperplane can be used in the educational process in the course of algebra when studying the topic "Quadratic forms".

Keywords: quadratic form, stationary hyperplane, a quadratic form with stationary hyperplane, the stationary hyperplane equation, Onsager's theory, Prigogine's theory, production of the entropy

For citation: Galkanov, A.G. (2020), "On quadratic forms with a stationary hyperplane*", RSUH/RGGU Bulletin. "Information Science. Information Security. Mathematics" Series,* no. 3, pp. 35–46, DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-35-46

Введение

Основу классической линейной термодинамики необратимых процессов составляют теория Онзагера и принцип Пригожина о минимуме производства энтропии σ [Мамедов 2003a], [Мамедов 2003b]:

$$\sigma = \sigma\left(\vec{F}\right) = \left(\vec{Q}, \vec{F}\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\gamma_{ij}F_iF_j \to \min, \tag{1}$$

где $Q = \left(Q_1, Q_2, ..., Q_n\right)$ – обобщенный поток, $F = \left(F_1, F_2, ..., F_n\right)$ – обобщенная сила, $\left(Q, F\right)$ – скалярное произведение векторов $Q,\ F,\ \gamma_{ij}$ – кинетические коэффициенты, где $\forall i \in N\left[\gamma_{ii} > 0\right]$, $\forall i,\ j \in N(i \neq j)\left[\gamma_{ij} \neq \gamma_{ji}\right]$, $N = \{1, 2, ..., n\}$, $n > 1$.

Таким образом, производство энтропии $\sigma\left(F\right)$ является действительной несимметрической квадратичной формой с положительными кинетическими коэффициентами на главной диагонали матрицы G. По второму началу термодинамики $\sigma\left(F\right) \geq 0$ и, согласно теории Онзагера [Мамедов 2003a], [Мамедов 2003b],

$$\textit{если}\ \ \left(\gamma_{ij} + \gamma_{ji}\right)^2 \leq 4\gamma_{ii}\gamma_{jj},\ \ \textit{то}\ \ \sigma\left(\vec{F}\right) \geq 0. \tag{2}$$

При этом

$$\textit{если}\ \ \left(\gamma_{ij} + \gamma_{ji}\right)^2 = 4\gamma_{ii}\gamma_{jj},\ i,\ j \in N(j > i),\ \ \textit{то}\ \ \sigma\left(\vec{F}\right) = 0; \tag{3}$$

$$\textit{если}\ \ \left(\gamma_{ij} + \gamma_{ji}\right)^2 < 4\gamma_{ii}\gamma_{jj},\ i,\ j \in N(j > i),\ \ \textit{то}\ \ \sigma\left(\vec{F}\right) > 0. \tag{4}$$

На двух примерах покажем, что выполнение условий $\left(\gamma_{ij} + \gamma_{ji}\right)^2 = 4\gamma_{ii}\gamma_{jj}$ и $\left(\gamma_{ij} + \gamma_{ji}\right)^2 = 4\gamma_{ii}\gamma_{jj}$ для всех $i,\ j \in N(j > i)$ соответственно в (3) и (4) не гарантирует достоверность соответствующих заключений $\sigma\left(F\right) = 0$ и $\sigma\left(F\right) > 0$.

Пример 1. Пусть производство энтропии задано квадратичной формой

$$\sigma\left(F\right) = \sigma(F_1, F_2, F_3) = F_1^2 + 4F_2^2 + 9F_3^2 - F_1F_2 + 2F_1F_3 +$$
$$+5F_2F_3 - 3F_2F_1 + 4F_3F_1 + 7F_3F_2.$$

Составив матрицу формы $G = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -3 & 4 & 5 \\ 4 & 7 & 9 \end{pmatrix}$, убеждаемся, что для всех $i, j \in \{1, 2, 3\}$ $(j > i)$ равенства $\left(\gamma_{ij} + \gamma_{ji}\right)^2 = 4\gamma_{ii}\gamma_{jj}$ выполняются. Тем не менее, например, на векторе $F = (1, 2, 3)$ производство энтропии отлично от нуля: $\sigma\left(F\right) = 180.$

Пример 2. Пусть производство энтропии задано квадратичной формой

$$\sigma\left(F\right) = \sigma(F_1, F_2, F_3) = F_1^2 + 2F_2^2 + \sqrt{2}F_3^2 - 2F_1F_2 - 3F_1F_3 + \\ +7F_2F_3 + 4F_2F_1 + F_3F_1 - 5F_3F_2.$$

Составив матрицу данной формы $G = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 4 & 2 & 7 \\ 1 & -5 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$, убеждаемся, что для всех $i, j \in \{1, 2, 3\}$ $(j > i)$ неравенства $\left(\gamma_{ij} + \gamma_{ji}\right)^2 < 4\gamma_{ii}\gamma_{jj}$ выполняются. Но, например, на векторе $F = (-1, 1, -1)$ производство энтропии отрицательно: $\sigma\left(F\right) = \sqrt{2} - 3 < 0.$ Более того, не выполняется даже неравенство $\sigma\left(F\right) \geq 0$ в (3), хотя в примерах 1 и 2 требуемые условия $\left(\gamma_{ij} + \gamma_{ji}\right)^2 \leq 4\gamma_{ii}\gamma_{jj}$ соблюдались для всех $i, j \in \{1, 2, 3\}$ $(j > i)$.

Из вышеизложенного вытекает актуальность построения математической модели, в рамках которой можно было бы понять причину невыполнения заключений в (2), (3) и (4). Исследования в этом направлении привели автора к необходимости введения понятия квадратичной формы типа (1) как самостоятельного алгебраического объекта и его исследования.

Основные определения

Рассмотрим действительную квадратичную форму

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j,\ A = \left\| a_{ij} \right\| \left(a_{ij} \neq a_{ji} \right),\ \forall i \in N\left[a_{ii} > 0 \right], \quad (5)$$

где $A = \left\| a_{ij} \right\|$ – несимметрическая квадратная матрица с положительными коэффициентами на главной диагонали: $\forall i \in N\left[a_{ii} > 0 \right]$, $N = \left\{ 1,\ldots, n \right\}$, $x = (x_1, x_2,\ldots, x_n)$, $\tilde{o} \in R^n$, $n > 1$.

Пусть $\alpha_{ij} = \dfrac{a_{ij} + a_{ji}}{2}$. Тогда $\alpha_{ii} = a_{ii}$, $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ и форма (5) равносильна симметрической квадратичной форме

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{ii} x_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{\substack{j=2 \\ j>i}}^{n} \alpha_{ij} x_i x_j,\ \left(\alpha_{ij} = \alpha_{ji} \right). \quad (6)$$

Положим

$$\forall i,\ j \in N\left(j > i \right)\left[c_{ij} = \frac{a_{ij} + a_{ji}}{2} - \lambda_i \lambda_j \sqrt{a_{ii} a_{jj}} \right] \quad (7)$$

и рассмотрим квадратичную форму

$$\psi(x) = \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sqrt{a_{ii}}\, x_i \right)^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{\substack{j=2 \\ j>i}}^{n} c_{ij} x_i x_j. \quad (8)$$

Примечание 1. Представление формы (5) в виде (8) в частном случае, когда $n = 2$, предложено в [4].

С учетом (7) форму (8) перепишем и в таком виде:

$$\psi(x) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i^2 \alpha_{ii} x_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{\substack{j=2 \\ j>i}}^{n} \alpha_{ij} x_i x_j. \quad (9)$$

Так как $\forall x \in R^n \left[\varphi(x) = \psi(x) \right] \Leftrightarrow \forall i \in N\left[\lambda_i \in \left\{ -1,\ 1 \right\} \right]$, форму (6) можно представить и так:

$$\varphi(x) = \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sqrt{a_{ii}}\, x_i \right)^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{\substack{j=2 \\ j>i}}^{n} c_{ij} x_i x_j,\ \forall i \in N\left[\lambda_i \in \left\{ -1,\ 1 \right\} \right]. \quad (10)$$

Определение 1. Множество точек R^n, удовлетворяющих уравнению $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sqrt{\gamma_{ii}} x_i = 0$, где $\forall i \in N\left[\lambda_i \in \{-1, 1\}\right]$, называется стационарной гиперплоскостью формы (10).

Если η – стационарная гиперплоскость, то по определению 1

$$\eta = \left\{ x : \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sqrt{a_{ii}} x_i = 0,\ x \in R^n,\ \forall i \in N\left[\lambda_i \in \{-1, 1\}\right] \right\}. \qquad (11)$$

Определение 2. Если квадратичная форма (10) в точках R^n, принадлежащих гиперплоскости (11), равна нулю и больше нуля в точках R^n, не принадлежащих гиперплоскости (11), то форма (10) называется квадратичной формой со стационарной гиперплоскостью.

Введем систему нелинейных уравнений относительно $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n)$ с дополнительным условием

$$\forall i, j \in N(j > i)\left[\frac{a_{ij} + a_{ji}}{2} - \lambda_i \lambda_j \sqrt{a_{ii} a_{jj}} = 0\right] \wedge \forall i \in N\left[\lambda_i \in \{-1, 1\}\right]. \quad (12)$$

Буквой Φ обозначим множество квадратичных форм со стационарной гиперплоскостью и буквой Λ множество решений системы уравнений (12).

Критерий существования стационарной гиперплоскости

Теорема. Форма (10) является квадратичной формой со стационарной гиперплоскостью тогда и только тогда, когда существует решение системы уравнений (12): $\varphi(x) \in \Phi \Leftrightarrow$

$$\exists \lambda^* \in \Lambda \forall i, j \in N(j > i)\left[\frac{\gamma_{ij} + \gamma_{ji}}{2} - \lambda_i^* \lambda_j^* \sqrt{\gamma_{ii} \gamma_{jj}} = 0\right] \wedge \forall i \in N\left[\lambda_i^* \in \{-1, 1\}\right],$$

где $\lambda^* = \left(\lambda_1^*, \lambda_2^*, ..., \lambda_n^*\right)$.

Доказательство. Достаточность. По условию теоремы

$$\exists \lambda^* \in \Lambda\, \forall i, j \in N(j > i)\left[\frac{\gamma_{ij} + \gamma_{ji}}{2} - \lambda_i^* \lambda_j^* \sqrt{\gamma_{ii} \gamma_{jj}} = 0\right] \wedge \forall i \in N\left[\lambda_i^* \in \{-1, 1\}\right].$$

Тогда, согласно (10), будем иметь

$$\varphi(x)=\left(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\sqrt{a_{ii}}x_i\right)^2 \Rightarrow \forall x\in\eta\left[\varphi(x)=0\right]\wedge\forall x\in R^n\setminus\eta\left[\varphi(x)>0\right].$$

Необходимость. По условию теоремы форма (10) – квадратичная форма со стационарной гиперплоскостью, т.е. $\forall x\in\eta\left[\varphi(x)=0\right]\wedge\forall x\in R^n\setminus\eta\left[\varphi(x)>0\right]$, из чего следует $\forall x\in R^n\left[\varphi(x)\geq 0\right]$. Допустим, что заключение теоремы ложно, т.е. истинно его отрицание $\neg\left[\exists\lambda^*\in\Lambda\,\forall i,j\in N(j>i)\left[\frac{a_{ij}+a_{ji}}{2}-\lambda_i^*\lambda_j^*\sqrt{a_{ii}a_{jj}}=0\right]\wedge\forall i\in N\left[\lambda_i^*\in\{-1,1\}\right]\right]$, что равносильно истинности хотя бы одного из трех допущений:

$$\exists i,j\in N(j>i)\left[\frac{a_{ij}+a_{ji}}{2}-\lambda_i^*\lambda_j^*\sqrt{a_{ii}a_{jj}}\neq 0\right]\wedge\forall i\in N\left[\lambda_i^*\in\{-1,1\}\right], \quad (13)$$

или

$$\forall i,j\in N(j>i)\left[\frac{a_{ij}+a_{ji}}{2}-\lambda_i^*\lambda_j^*\sqrt{a_{ii}a_{jj}}=0\right]\wedge\exists i\in N\left[\lambda_i^*\notin\{-1,1\}\right], \quad (14)$$

или

$$\exists i,j\in N(j>i)\left[\frac{a_{ij}+a_{ji}}{2}-\lambda_i^*\lambda_j^*\sqrt{a_{ii}a_{jj}}\neq 0\right]\wedge\exists i\in N\left[\lambda_i^*\notin\{-1,1\}\right].$$

Если истинно (13), то, полагая $c_{12}<0\wedge\forall i,j\in N\left(j>i>1\right)\left[c_{ij}=0\right]$, в точке $x^0=(1,1,0,\ldots,0)\in R^n$ получим $\varphi\left(x^0\right)=2c_{12}<0$. Но это противоречит неравенству $\forall x\in R^n\left[\varphi(x)\geq 0\right]$. В случае же истинности (14) имеет место $\exists i\in N\left[\lambda_i^*\notin\{-1,1\}\right]$. Однако это противоречит тому, что по условию теоремы должно быть выполнено включение $\forall i\in N\left[\lambda_i^*\in\{-1,1\}\right]$. Полученные противоречия относительно условий теоремы, вытекающие из допущений (13) и (14), завершают доказательство необходимости. Теорема доказана.

Следствие из теоремы. Если форма (10) является квадратичной формой со стационарной гиперплоскостью, то квадрат среднего арифметического перекрестных коэффициентов равен квадрату среднего геометрического соответствующих пар коэффициентов главной диагонали матрицы A.

Доказательство. Из (12) имеем

$$\forall i, j \in N(j > i)\left[\frac{a_{ij} + a_{ji}}{2} - \lambda_i^* \lambda_j^* \sqrt{a_{ii} a_{jj}} = 0\right] \overset{\lambda_i^*\lambda_j^* = \pm 1}{\Leftrightarrow}$$

$$\overset{\lambda_i^*\lambda_j^* = \pm 1}{\Leftrightarrow} \ \forall i, j \in N(j > i)\left[\frac{a_{ij} + a_{ji}}{2} = \pm\sqrt{a_{ii} a_{jj}}\right] \Rightarrow \forall i,$$

$$j \in N(j > i)\left[\left(\frac{a_{ij} + a_{ji}}{2}\right)^2 = a_{ii} a_{jj}\right].$$

Пример. Дана квадратичная форма

$$\varphi(x) = \varphi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 9x_3^2 + x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + 5x_2 x_3 +$$
$$+3x_2 x_1 + 4x_3 x_1 + 7x_3 x_2,\ x \in R^3.$$

Показать, что она является квадратичной формой со стационарной гиперплоскостью, привести ее к полному квадрату и убедиться, что она положительно полуопределенная форма.

Решение. $$\grave{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 7 & 9 \end{pmatrix},$$

$$c_{12} = \frac{a_{12} + a_{21}}{2} - \lambda_1 \lambda_2 \sqrt{a_{11} a_{22}} = \frac{1+3}{2} - \lambda_1 \lambda_2 \cdot 2 = 2(1 - \lambda_1 \lambda_2);$$

$$c_{13} = \frac{a_{13} + a_{31}}{2} - \lambda_1 \lambda_3 \sqrt{a_{11} a_{33}} = \frac{2+4}{2} - \lambda_1 \lambda_3 \cdot 3 = 3(1 - \lambda_1 \lambda_3);$$

$$c_{23} = \frac{a_{23} + a_{32}}{2} - \lambda_2 \lambda_3 \sqrt{a_{22} a_{33}} = \frac{5+7}{2} - \lambda_2 \lambda_3 \cdot 6 = 6(1 - \lambda_2 \lambda_3).$$

Составим систему уравнений (12):

$$\left(\lambda_1\lambda_2=1\right)\wedge\left(\lambda_1\lambda_3=1\right)\wedge\left(\lambda_2\lambda_3=1\right)\wedge\forall i\in\left\{1,\,2,\,3\right\}\left[\lambda_i\in\left\{-1,\,1\right\}\right].$$

Как видно из таблицы, векторы $\lambda^{*1}=(1,1,1)$ и $\lambda^{*2}=(-1,-1,-1)$ являются ее решениями.

Таблица

λ_1	λ_2	λ_3	$\lambda_1\lambda_2$	$\lambda_1\lambda_3$	$\lambda_2\lambda_3$
–1	–1	–1	1	1	1
–1	–1	1	1	–1	–1
–1	1	–1	–1	1	–1
–1	1	1	–1	–1	1
1	–1	–1	–1	–1	1
1	–1	1	–1	1	–1
1	1	–1	1	–1	–1
1	1	1	1	1	1

Так что по теореме данная форма является квадратичной формой со стационарной плоскостью $\eta\left(\lambda^{*1}\right)=\eta\left(\lambda^{*2}\right):\ x_1+2x_2+3x_3=0.$ Она приводима к полному квадрату:

$$x_1^2+4x_2^2+9x_3^2+4x_1x_2+6x_1x_3+12x_2x_3=(x_1+2x_2+3x_3)^2$$

и является положительно полуопределенной формой:

$$\forall x\in R^3\left[\varphi(x)\geq 0\right]\wedge\forall x\in\eta\left(x\neq\vec{0}\right)\left[\varphi(x)=0\right],$$

где $\mathbf{0}=(0,\ 0,\ 0).$ Очевидно, что $\varphi(\mathbf{0})=0$ также.

Применение к теории Онзагера

Вернемся к примерам 1 и 2, приведенным во введении. В примере 1 в (3) при выполнении условия $\left(\gamma_{ij}+\gamma_{ji}\right)^2=4\gamma_{ii}\gamma_{jj}$ ложность заключения $\sigma\left(F\right)=0$ имеет простое объяснение. В самом деле, легко показать, что система уравнений (12)

$$\left(\lambda_1\lambda_2=-1\right)\wedge\left(\lambda_1\lambda_3=-1\right)\wedge\left(\lambda_2\lambda_3=1\right)\wedge\ \forall i\in\left\{1,\,2,\,3\right\}\left[\lambda_i\in\left\{-1,\,1\right\}\right]$$

имеет два решения $\lambda^{*1}=(-1,\,1,\,1)$, $\lambda^{*2}=(1,\,-1,\,-1)$ и уравнением стационарной плоскости является $\eta\left(\lambda^{*1}\right)=\eta\left(\lambda^{*2}\right)$: $x_1-2x_2-3x_3=0.$ Но вектор $F=(1,\,2,\,3)$ не лежит на этой плоскости. Поэтому $\sigma\left(F\right)>0.$ В примере 2 у системы уравнений (12)

$$\left(\lambda_1\lambda_2=\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\wedge\left(\lambda_1\lambda_3=-\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)\wedge\left(\lambda_2\lambda_3=\frac{1}{\sqrt{2\sqrt{2}}}\right)\wedge\ \forall i\in\left\{1,\,2,\,3\right\}\left[\lambda_i\in\left\{-1,\,1\right\}\right]$$

решение не существует. Поэтому данная форма не является квадратичной формой со стационарной плоскостью. Это и объясняет ложность заключения $\sigma\left(F\right)>0$ на векторе $F=(-1,\,1,\,-1)$: $\sigma(-1,\,1,\,-1)=\sqrt{2}-3<0.$ Но требуемые условия выполняются: $\left(\dfrac{\gamma_{ij}+\gamma_{ji}}{2}\right)^2<\gamma_{ii}\gamma_{jj}$: $1<2,\,1<\sqrt{2},\,1<2\sqrt{2}.$ Заметим, что в [Галканов 2018] этот факт объяснен неправильно.

Примечание 2. Приведенное выше доказательство теоремы является переработанной версией доказательства аналогичной теоремы, изложенной в [Галканов 2018].

Заключение

1. Введено понятие стационарной гиперплоскости.
2. Введено понятие квадратичной формы со стационарной гиперплоскостью.
3. Сформулирован критерий, гарантирующий наличие стационарной гиперплоскости у квадратичной формы.

4. Понятие квадратичной формы со стационарной гиперплоскостью и упомянутый выше критерий могут рассматриваться как математическая модель, в рамках которой получен ответ на поставленные вопросы во введении.

5. Квадратичная форма со стационарной гиперплоскостью достигает своего глобального минимума на стационарной гиперплоскости и этот минимум равен нулю.

6. Квадратичная форма со стационарной гиперплоскостью приводима к полному квадрату.

7. Квадратичная форма со стационарной гиперплоскостью является положительно полуопределенной формой.

8. Квадратичные формы со стационарными гиперплоскостями могут быть рекомендованы к использованию в учебном процессе при изучении темы «Квадратичные формы» в курсе алгебры.

Благодарности

В 2000-е годы по просьбе доктора технических наук, профессора М.М. Мамедова автор как математик принял участие в обсуждениях некоторых проблем термодинамики, связанных с исследованиями Л. Онзагера и И. Пригожина. Благодаря этому событию, впоследствии, в 2015–2017 гг., автору пришла идея о необходимости введения понятия квадратичной формы со стационарной гиперплоскостью как самостоятельного алгебраического объекта. Данная статья является результатом дальнейших исследований автора этой идеи. В связи с вышеизложенным автор выражает глубокую признательность М.М. Мамедову.

Acknowledgments

In the 2000s, at the request of Doctor in Engineering, Professor M.M. Mamedov, the author, as a mathematician, took part in discussions of some issues of thermodynamics associated with the research of L. Onsager and I. Prigogine. Thanks to that event, later, in 2015–2017, the author came up with an idea of the need to introduce the concept of a quadratic form with a stationary hyperplane as an independent algebraic object. This article is the result of further research by the author on the idea. In connection with the above, the author expresses his deep gratitude to M.M. Mamedov.

Литература

Галканов 2018 – *Галканов А.Г.* Средние и их применения. М.: Перо, 2018.

Мамедов 2003a – *Мамедов М.М.* Неверность традиционного доказательства принципа Пригожина о минимуме производства энтропии // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 8. С. 69–71.

Мамедов 2003b – *Мамедов М.М.* Феноменологический вывод соотношений взаимности Онзагера // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 16. С. 39–44.
Мамедов, Галканов 2006 – *Мамедов М.М., Галканов А.Г.* Теорема о минимуме производства энтропии и ее следствия // Естественные и технические науки. 2006. № 1. С. 66–68.

References

Galkanov, A.G. (2018), *Sredniye i ikh primeneniya* [Mediums and their use], Pero, Moscow, Russia.
Mamedov M.M. (2003a), “The incorrectness of the traditional proof of Prigogine’s principle of the minimum entropy production”, *Pisma v ZhTF,* vol. 29. no. 8, pp. 69–71.
Mamedov M.M. (2003b), “Phenomenological derivation of the Onsager reciprocity relations”, *Pisma v ZhTF,* vol. 29, no. 16, pp. 39–44.
Mamedov M.M, Galkanov A.G. (2006), “Theorem on the minimum production of entropy and its consequences”, *Yestestvennyye i tekhnicheskiye nauki*, no. 1, pp. 66–68.

Информация об авторе

Аллаберди Г. Галканов, кандидат технических наук, доцент, Государственный гуманитарно-технологический университет, Орехово-Зуево, Московская область; 142600, Россия, Орехово-Зуево, Московская область, ул. Зеленая, 22; agalkanov@yandex.ru

Information about the author

Allaberdi G. Galkanov, Cand. of Sci. (Engineering), associate professor, State Humanitarian-Technological University, Orekhovo-Zuevo, Moscow Region, Russia; bld. 22, Zelenaya st., Orekhovo-Zuevo, Moscow Region, Russia, 142600; agalkanov@yandex.ru

УДК 37.016:51
DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-47-63

Экосистема математического образования вчера, сегодня и завтра: проблемы, история, методика преподавания, идеи педагогики

Валентин К. Жаров
Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия, valcon@mail.ru

Юлия В. Таратухина
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия, jtaratuhina@hse.ru

Рискельди М. Тургунбаев
Ташкентский государственный педагогический университет им. Низами, Ташкент, Узбекистан, musamat1@yandex.com

Аннотация. В данной статье рассматриваются некоторые проблемы, находящиеся на пересечении множеств проблем, сформулированных в экологии личности, педагогики, методики преподавания математики. Предлагается считать педагогику не экспериментальным знанием, но все же прикладной философией, вслед за Гессеном С.И. Предложено понимать под методикой преподавания математики не только систему знания, имеющую самостоятельную историю развития, но представлять ее как сложную систему, связанную с культурными традициями, психофизическими возможностями индивидуума, существующего в экосреде, неотъемлемой частью которой являются микро- и макросреда личности. Описано, что взаимодействие сред формально в некоторых случаях можно описать математическими методами и, следовательно, строить математические модели педагогической деятельности. В частности, сравниваемые в процессе обучения словарные комплексы учащихся дают немало информации педагогу и предоставляют возможность управления потоком учебной информации.

Ключевые слова: экосистема образования, дизайн среды, мини- и макросреда, цель образования, кросскультурная среда, конструктивная педагогика, педагогическая информатика

Для цитирования: Жаров В.К., Таратухина Ю.В., Тургунбаев Р.М. Экосистема математического образования вчера, сегодня и завтра: проблемы, история, методика преподавания, идеи педагогики // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2020. № 3. С. 47–63. DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-47-63

Ecosystem of math education yesterday, today and tomorrow. Issues, history, teaching methods, education ideas

Valentin K. Zharov

Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia, valcon@mail.ru

Yulia V. Taratuhina

National Research University "Higher School of Economics", Moscow, Russia, jtaratuhina@hse.ru

Riskeldi M. Turgunbaev

Nizami Tashkent State Pedagogical University, Tashkent, Uzbekistan, musamat1@yandex.com

Abstract. This article examines some of the problems that are at the intersection of the sets of issues formulated in the ecology of personality, pedagogy, methods of teaching mathematics. It is proposed to consider the pedagogy not as experimental knowledge, but nevertheless as applied philosophy, following S.I. Gessen. It is also suggested to understand the methodology of teaching mathematics not only as a system of knowledge that has an independent history of development, but as a complex system associated with cultural traditions, psychophysical capabilities of an individual existing in the eco-environment, an integral part, which is the micro- and macroenvironment of the individual. The authors consider that the interaction of environments can be formally described in some cases by mathematical methods, and, therefore, build mathematical models of pedagogical activity. In particular, the compared in learning process, vocabulary complexes of students give a lot of information to the teacher and provide an opportunity to control the flow of educational information.

Keywords: ecosystem of education, environmental design, mini- and macro environments, object of education, cross-cultural environments, constructive pedagogy, pedagogical informatics

For citation: Zharov, V.K., Taratuhina, Y.V. and Turgunbaev, R.M. (2020), "Ecosystem of math education yesterday, today and tomorrow.

Issues, history, teaching methods, education ideas*", RSUH/RGGU Bulletin. "Informatics. Information security. Mathematics"* Series, no. 2, pp. 47–63, DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-47-63

Введение. Немного истории

Не секрет, что математика (элементы математического мышления: счет, структуры, информация, абстракция, последовательность действий и многие другие действия и операции) и раньше в истории развития социальных образований, начиная от родовых общин до государств с различным социальным устройством, играла огромную образовательную роль. Теперь стал неоспорим факт, что с появлением информационных технологий, созданием информационных систем, влияющих на состояние социальных страт государств, математика стала важнейшей учебной дисциплиной в системе образования.

В самом деле, пусть человек может быть представлен как объединение личностной – микро- и макросред. Тогда первым, в контексте нашего исследования – основным предметом характеризующим мир человека, является его текстуальная оснащённость, а также способность и готовность воспринимать новые тексты, готовность слышать и слушать тексты (информационные и иные типы сообщений, а также иметь предрасположение вступать в дискурс, как теперь говорят психологи и лингвисты). Любая речь – это текст, выражающий состояние человека. Как говорил В.В. Налимов: «Человек – Текст» [Налимов 1995; Налимов 2000]. Текст в любой форме – лишь бы мы могли их читать, формировать смыслы, т. е. знать алфавит или иероглифику, грамматику, семантику, семиотику, иначе владеть языком современных представлений о мире. Однако заметим, что сообщение – это более широкое информационное послание, результатом или формой которого может быть текст. Чем же интересен текст, следовательно, и человек? Конечно, смыслами, формами их выражения во внешнюю среду и способностью ее отражения. А от чего это зависит? Ответ на поверхности: от воспитания мышления и поведения, и природных дарований индивидуума. Начнем с первого, а именно со смыслов.

«Смыслы – это то, из чего создаются тексты с помощью языка. Тексты – это то, что создано из смыслов с помощью языка. Язык – это средство, с помощью которого из смыслов рождаются тексты. Триада становится синонимом сознания» [Налимов 1993; Налимов 1994a; Налимов 1994b]. Поэтому для современной образовательной системы именно формирование потоков учебной информации, противоборство этих потоков между собой, создание конфликтных ситуаций, повышение сопротивляемости диффузионным процессам в образовании, упразднение требований к культуре общения и создают условия строжайшего отношения к текстам, а следовательно, к человеку образующемуся.

Образование как способ обучения воспринимать, владеть и создавать тексты

В свое время было обращено внимание на проблему гармоничного существования человека под названием вселенской экологии человека: «Здесь мы будем иметь в виду не только физическую, но и духовную среду его обитания. Человек – единственное существо на Земле, которое обитает еще и в Мире смыслов и стремится заглянуть в запредельность Бытия (с. 146)» [Налимов 1993]. И конечно, естественный вопрос к читателю, а где, как не в семье, в ближайшем окружении, человек постигает смыслы, где, как не в азах математики, человек начинает самостоятельно изучать смыслы, задавать вопросы, ошибаться, строить новые вопросы, постигать и формировать личностную среду обитания – а этим и воспитывается мышление! Ясно, как было предложено выше, что внешняя среда по отношению к личностной является определяющей во «встраивании» индивидуума в культурную среду.

Культура как отражение специфических предрасположенностей к восприятию и отражению текстов

Очевидно, что в некоторых странах, если педагог окажется без знания принятых культурологических особенностей страны, он будет разрушителем экологии педагогической среды высшей и средней школы. Поэтому вопросы о кросскультурной педагогике и о ее связанности с экосистемой, образовательной системой страны, несмотря на глобализацию, оказываются актуальными [Жаров, Таратухина 2015]. Более того, именно культурные особенности восприятия, культурного такта, стилей передачи информационных сообщений и просто технология управления потоками информации оказывают влияние на степень сопротивления микро- и макросред в процессе обучения. Поэтому справедлив следующий тезис.

Экология как гармонизация образования и культуры, или воспитание взаимодействия микро- и макросред

Известно, что подход к экологии как глобальной системе, изучающей баланс между средами, принес нужные человечеству результаты, но, к сожалению, люди, наблюдая за внешней средой, всегда забывают об окружении и системе взаимосвязей в микросредах, микросоциумах. Нужно вспомнить, что современные педагогические исследования включают аппарат математической экологии, т. е. математическую теорию динамики популяций, в которой фундаментальные биологические представления о динамике численности видов животных, растений, микроорганизмов и их взаимодействии формализованы в виде математических структур, в первую очередь, систем дифференциальных, интегро-дифференциальных и разностных уравнений. Например, математические модели диффузии в исследованиях информационных сред и влияние учебных информационных потоков на устойчивость решения уравнений, описывающих их, касаются также педагогической информатики, а также возможен учет в качестве параметров степени адаптации текстов, валидности лексиконов, степени личностной открытости или замкнутости обучающегося, коэффициента эластичности и сопротивления сред и многих других. Но тут возникает опасность усложнения моделей, вслед за усложнением системы, которое приведет к размытости и несогласованности учета многих факторов. Поэтому в исследованиях ограничиваются оценкой сопротивляемости сред учебным информационным потокам. В педагогических трудах сделан вывод, что педагогика как научное знание – это не совокупность статистических данных опыта преподавательского сообщества, хотя, конечно, отчасти и статистика с обработкой результатов собственного опыта учителя. Однако не только исследование психологии личности, мышления или психология малых и больших групп, но, прежде всего, педагогика и вместе с ней методика преподавания дисциплин – это вид управленческой деятельности по изменению сопротивляемости сред, в которой знание о микро- и макросредах является ключевым для создания среды, наиболее важной для эффективного образовательного процесса.

На современном этапе изменилась доминирующая педагогическая парадигма: «учитель создает среду – ученик выбирает путь». Учебный процесс в информационном обществе зачастую автодидактичен, в роли «учителя» часто выступает Интернет.

Если говорить о ближайшем будущем в интересующем нас контексте, то, согласно аналитике, перспектива представляется следующей: нарастает тенденция к образованию консорциумов университетов, повышению их конкурентоспособности, связей с правительственными структурами и коммерческими организациями. Нынешний уровень глобализации позволяет университетам из разных стран объединять усилия для достижения общих целей и обмена опытом. Что касается обучения в течение всей жизни и различных моделей построения конструктивной ИОТ, то уже можно отметить, что постоянно растет интерес к использованию новых источников информации для персонализации учебного процесса, а также в целях непрерывной промежуточной оценки полученных знаний и оценки успеваемости; этот интерес привел к появлению относительно новой тенденции – обучению и оценке знаний на основе анализа данных. Важнейшим элементом этой тенденции является аналитика процесса обучения, созданная на основе веб-аналитики. Для конструктивного построения ИОТ начинают широко использовать методы обработки данных, чтобы составлять профили учащихся, собирая и анализируя большие объемы информации о так называемых «электронных следах» всех участников учебного процесса. Типы анализируемых данных о студентах могут варьироваться, но обязательно включают такую информацию, как персональные данные студента (возраст, адрес), выбранные им курсы, прогресс в прохождении учебной программы; данные о вовлеченности в учебный процесс (например, число просмотров страниц, участие студентов в обсуждениях, процент студентов, выполнивших задания, количество учетных записей в системе); а также анализ того, какие концепции были усвоены студентом, а какие оказались трудны для его понимания.

Новая область знания, входящая в педагогическую информатику (ее стали называть аналитикой процесса обучения), дополняет классическую педагогику в части создания методов статистического анализа и извлечения данных из больших массивов, позволяющих заранее выявлять проблемы, улучшать результаты обучения студентов и персонализировать их образовательный опыт. В этой части педагогического знания естественным образом возникает необходимость прогностических моделей изменения личностной среды учащегося, создания динамических «картинок» функционирования связей между средами. Опыт последнего времени в области онлайн-обучения не только доказывает необходимость разработки различных платформ для непосредственного проведения лекций, практических занятий и т. д., но и наделяет их некоторыми специальными функциями, относящимся к работе большими с объемами данных. Создаваемые учебными дискурсами потоки информации оказываются настолько педагогически информативными, что их рост в геометрической прогрессии или экспоненциально никак не удивляет. Но этот же опыт показал: нагрузки на преподавательский труд возросли многократно, что мало способствует более глубокому пониманию всего образовательного процесса без дополнительных информационных ресурсов. Заметим, в условиях жесткого ограничения офлайн-общения с преподавателем выяснилось, что студент мало способен задавать вопросы себе, так называемые вопросы для самостоятельного исследования проблемы. Таким образом, можно предположить, что заблистал еще одной гранью труд педагога именно как профессионала, управляющего информационными потоками.

Педагогика как система профессионального управления потоками учебной информации во время диффузионных процессов взаимодействия социальных сред

Несколько слов об истории проблемы, в которой интерпретация экологии человека в образовательных системах приобретала методическое основание. На образовательный процесс прямо влияют социально-экономическая сфера и процессы глобализации.

Благодаря процессам глобализации и присутствию информационных технологий в нашей жизни процесс образования стал открытым и преимущественно общедоступным. С каждым днем увеличивается количество программ академической мобильности и студенческих обменов, растет количество пользователей онлайн-курсов, дистанционных образовательных программ. По сути, это означает, что образовательное пространство становится поликультурным: все большее количество людей имеет фактическую возможность учиться, используя образовательные ресурсы других культур, можно даже говорить о формировании пространства образовательной кросскультуры. На сегодняшний день многие педагоги испытывают реальные сложности, работая в поликультурной аудитории. Как правило, это связано с культурно-специфичными образовательными практиками, с которыми не знакомо большинство преподавателей. Безусловно, в данной ситуации просто необходимо развивать направление кросскультурной дидактики, благодаря которому можно будет сделать процесс обучения в поликультурной среде более комфортным и эффективным для всех участников. Глобальное образование объединяет различные образовательные системы и модели, в основе которых лежат дифференцированные культурные, мировоззренческие, религиозные, философские, ценностные картины мира. Идея влияния культуры на образовательные практики не нова. Культура каждой страны, так или иначе, отражается на образовательном процессе и во многом обуславливает его, что, в свою очередь, влечет за собой специфичность учебного контента, целей, ценностей и задач образования, методов обучения, педагогического дискурса, специфики выстраивания образовательной траектории и т. д.

На настоящем этапе назрела острая необходимость изменения и практической трансформации взглядов на цели, задачи и результат процесса обучения, для того, чтобы оно наконец-таки стало удовлетворять запросам современной экономики и общества. Это касается как корпоративных заказов, запросов, поступающих с рынка труда, так и индивидуальных запросов обучающихся. В настоящий момент данная проблема частично решается за счет индивидуализации учебного процесса, возможности смешанного обучения, включения в учебные планы онлайн-курсов ведущих мировых университетов, активной роли исследовательского и проектного подходов в учебном процессе. Однако ясно, что парадигма достаточности базового образования для всей дальнейшей карьерной и профессиональной траектории индивида безнадежно устарела.

Современное общество можно полноправно считать информационным. Из этого следует, что сама по себе «знаниевая» парадигма частично устарела, в связи с чем активную и значимую роль в образовательной политике начинает играть компетентностный подход.

На самом деле компетентностный подход по существу своему – калька с противоречивого состояния мира, где одновременно происходят процессы, в которых сталкиваются «регрессивные» и «прогрессивные» потоки информации. Простой вопрос: как можно компетентно прочитать текст? Очевидно, текст либо понятен, либо нет, либо частично, но тогда в чем компетенция? Возможно, при таком подходе человек ищущий задаст себе вопрос в первую очередь, а насколько он «овладел» текстом, и его, человека, критическое мышление и воспитание не дадут индивидууму ответить на возможные вопросы. А это значит, человека еще надо этому научить, или показать, поощрить за стремление к самостоятельному мышлению и деятельности. Но в таком случае роль педагога и привычка к самообразованию – это существенно значимые элементы в ИО процессе.

Согласно Федеральным государственным образовательным стандартам нового поколения ядром образовательной системы становится индивидуальная образовательная программа, в соответствии с которой индивид имеет возможность моделировать свою образовательную траекторию. Это значит, в современной методической проблематике информационно-педагогической среды комфортное образование, обучение должно уступить место экологическому представлению индивида о способах получения знаний, результатов собственной деятельности и ответственности за собственную образовательную траекторию. Особенно это становится ясным в высшей профессиональной школе.

Научное сообщество без перерыва продолжает производить все новые знания, умножает концепции, взгляды, углы и точки зрения при том, что в целом ряде областей истории «производство источников» явно не поспевает за их переработкой. Все вышеперечисленное является следствием наступления эпохи BIG DATA (Больших данных) в образовании.

Следовательно, встают вопросы:

– Как построить образовательную коммуникацию в пространстве образовательной кросскультуры с минимумом искажений?
– Как конструктивно моделировать индивидуальную образовательную траекторию в пространстве образовательной кросскультуры?

До недавнего времени образовательная коммуникация была нацелена на обмен информацией, выражающийся в формировании знаний-умений-навыков («знаниевый» подход). Модель образовательной коммуникации ограничивалась следующими параметрами: «Учитель–Ученик», «Учитель–Учебник–Ученик». В настоящее время можно говорить на наличии электронной образовательной среды (ЭОС), которая может и выступает «учителем», и ее полезность зависит от уровня вопросов и понимания ученика. В настоящее время в контексте концепции непрерывного обучения «знаниевый» подход дополняется компетентностным и должен являться (на практике это, к сожалению, не всегда так) осознанным наращиванием компетенций индивидом в течение жизни. Фактически есть несколько каналов коммуникации в один момент времени в рамках образовательного процесса. Трансформация гумбольдтовской системы университетов, переход на обучение по стандартам нового поколения способствуют открытости и отсутствию четкой детерминированности, с одной стороны, а с другой, открывают новые возможности, позволяющие «конструировать» образование, используя лучшие образовательные ресурсы мира. В конечном итоге – процесс конструктивного обучения должен стать осознанным моделированием компетентностного профиля специалиста.

С 2015 г. в профессиональном стандарте педагога в качестве основных квалификационных требований указаны знание основ поликультурного образования, умение строить воспитательную деятельность с учетом культурных различий обучающихся. Формирование и воспитание культурного интеллекта педагогов на сегодняшний день может формироваться с помощью магистерских программ по «кросскультурной педагогике», программ повышения квалификации, различного рода тренингов и мастер-классов.

Помимо традиционной классической модели, внедряются в повседневную практику инновационные формы: бесплатные онлайн-курсы от ведущих университетов мира, выкладываемые на платформах www.coursera.org (университеты Стэнфорда и Принстона (США), университеты Пекина, Гонконга, Торонто, Тель-Авива); www.edx.org (университеты Беркли, Гарварда, Массачусетский технологический институт), технологии обучения, основанные на виртуальном взаимодействии (Second Life), множество форм обучения, основанных на геймификации – играх, тренингах, симуляторах и т. п., в форме которых подается образовательный контент (www.edutainme.ru).

В настоящее время очень много говорится о создании образовательной смарт-среды, эпохи смарт-образования. Однако в большинстве своем пока это только словесные конструкции, «предвосхищение». Также стоит иметь в виду использование возможностей MOOC, открытых образовательных ресурсов, межвузовские обмены, международные стажировки, и т. п., способствующие развитию пространства образовательной кросскультуры. Более того, переход на болонскую систему в формате 4+2 дал реальную возможность конструктивно наращивать существующие компетенции в рамках профессионального кросскультурного пространства.

В контексте вышесказанного встает вопрос эффективного использования и обработки «BIG DATA» в образовании. Доступ к большим данным и облачным сервисам обеспечивает объем информации: из-за своей масштабируемости большие данные могут собрать данные для обучения из большого количества учебных заведений, тем самым обеспечить глобальный взгляд на образование. Также все это дает возможность следить за образовательной траекторией обучающегося и ее конструктивным выстраиванием. Большие данные позволяют обучающимся и образовательным организациям иметь быстрый доступ к данным в режиме реального времени. Скорость помогает обеспечивать конструктивную обратную связь. Большие данные позволяют строить «электронный след» учащегося в ходе обучения. Их использование помогает обеспечить:

1. Обратную связь с обучающимся.
2. Персонализацию его ИОС (информационно-образовательной среды).
3. Мониторинг междисциплинарных процессов в образовании.
4. Мотивацию и индивидуальный подход.

В эпоху офлайн-обучения индивидуализация не носила столь проблемный характер и ограничивалась лишь мастерством педагога и количеством учащихся. Если индивид принимал решение обучаться в другой стране (другой культуре) – он практически всегда вынужден был приложить немало сил для того, чтобы адаптироваться. В настоящий момент в ЭОС образовательной кросскультуры адаптивность индивида имеет значение и важна только отчасти.

Монокультурные учебные курсы и программы, в том числе и дистанционные, на сегодняшний день перестают в полной мере отвечать потребностям обучающихся. Надо выстроить образовательные процессы в контексте образовательной кросскультуры так, чтобы они были гибкими, адаптивными, сохраняя адекватность и конструктивность.

Основная проблематика разрабатывается в рамках следующих направлений:

– Конструктивное заимствование зарубежного педагогического опыта.
– Конструктивное обучение в ЭОС.
– Проблематика эффективной работы с поликультурной аудиторией.
– Развитие культурного интеллекта, формирование и наращивание компетенций педагогов в области кросскультурной дидактики, изучение проблематики эффективной работы с поликультурной аудиторией.
– Совершенствование и конструктивное встраивание в учебный процесс MOOC.
– Системное понимание конструктивного выстраивания ИОТ в ЭОС, адаптация и использование лучших мировых практик в данной области.
– Проблема адекватного выбора мультимедийных технологий и методов обучения для разных культурных групп.

Современный образовательный процесс должен учитывать важность формирования ключевых навыков XXI в.: развитый эмоциональный интеллект, эмпатию, критическое мышление, креативность, способность к кооперации и сотрудничеству, работа в междисциплинарных средах, навык проектной и предпринимательской деятельности, адаптивность, селф-менеджмент и планирование карьерной траектории.

Сама современная образовательная среда ставит перед собой и педагогами вызовы следующего характера:

– Активное следование принципам педагогики сотрудничества.
– Большая роль образовательного коучинга, менторства и персонализации образовательных сред.
– Гибкость, адаптивность, непрерывный профессиональный рост.
– Включение и активное использование элементов геймификации в образовательном процессе.
– Предпринимательство и проектная деятельность как неотъемлемая часть учебного процесса.
– Исследовательские навыки и формирование уникального образовательного контента.

В настоящее время одной из основных задач в области обучения является практическая реализация новой парадигмы обучения – распределенного (или сетевого) обучения, осуществляемого ведущими вузами, отдельными организациями, ассоциациями или даже отдельными разработчиками, имеющими свои авторские курсы, которые в совокупности формируют современную умную обучающую среду. С технологической точки зрения умная обучающая среда – это распределенная мультисеть взаимодействующих устройств, приложений, потребителей (обучающихся), которая порождает вычислительную и аналитическую сеть, действующую на базе GRID-технологий, и обеспечивает обработку, обмен данными в ходе решения задач потребителя «целеполагание–выбор». Обучающийся в современной парадигме обладает определенным культурно-когнитивным профилем, который определяет особенности восприятия знаний и выбора компетентностного профиля, а также мотивационной функцией, по мере обучения все больше влияющей на осознанный выбор в профессиональном пространстве. Моделирование индивидуальной образовательной траектории прежде всего направлено на формирование пространства целеполагания жизненного успеха посредством профессиональной самореализации за счет построения умной обучающей среды, которая обеспечивает: поддержку обучения в активной среде, поддержку работы тьюторов, функции интерактивной поддержки на основе интеллектуальных агентов для динамической настройки персональной образовательной среды, поддержку разных стратегий обучения (в зависимости от уровня обучаемого), таких как серфинг, поиск, рекомендации и навигации. Интеллектуальные агенты, анализируя процесс обучения, должны будут адаптировать контент и интерфейс в электронной образовательной среде, что определяет скорость и эффективность обучения

На Западе в процессе обучения активно используются открытые образовательные ресурсы и МООКи. Более того, там не первый год используется так называемое смешанное обучение. Первые исследования, проведенные в рамках инициативы «Открытое обучение» Университета Карнеги–Меллона, показали, что автоматизированное преподавание, характерное для сред адаптивного обучения, лишь немного уступает в эффективности индивидуальным очным занятиям. Также активно используется формат перевернутого обучения и внедрение ИТС для персонализации учебного процесса.

Итак, мы видим, что благодаря развитию информационного общества существенно модернизировался учебный процесс. Он становится непрерывным и общедоступным. Более того, подразумевается постоянный выход за рамки существующих привычных моделей. Основной вопрос, который красной нитью проходит через все новые тенденции, – вопрос персонализации и адаптивности. Авторами сформулированы критерии, с помощью которых можно построить конструктивный процесс обучения в кросс-культурной информационной среде. Второй вопрос, где должны лежать границы адаптивности в системах «Человек–Человек», «Человек–Система», на сегодняшний день остается дискуссионным.

Математические модели взаимодействия в исследованиях образовательных сред

Вопрос о персонализации как бы «всплыл» сам собой в перечне основных проблем образовательной системы. Причины устойчивой актуальности этого вопроса интересовали еще классиков науки, для которых постижение природы явлений есть постижение собственного мышления и его организации. Приведем небольшой фрагмент рассуждения на эту тему математика, механика академика А.Н. Крылова.

> ...во многих руководствах основные понятия механики не устанавливаются подробно, точно и ясно, а в стремлении к краткости и сжатости изложения лишь догматически высказываются. Авторы этих руководств не следуют указаниям таких гениев, как Рене Декарт и его “Regies pour la direction de Tesprit”, Блез Паскаль и его “De l’espril geometrique”, Исаак Ньютон и его “Principia”, в которых даны его “Regulae philosopliandi”, и сэр Вильям Томсон в его речи “The six gateways of knowledge”.

Здесь приводятся те краткие выдержки из этих сочинений, которые имеют прямое отношение к нашему делу.

Декарт сам свое пространно изложенное 21 правило свел к следующим четырем, которые мы здесь приводим в той формулировке, которую им придал знаменитый математик К.Г. Якоби в своей речи, произнесенной 3 января 1846 г. и вошедшей в т. VII Собрания его сочинений. Вот эти правила:

> 1. Ничего не принимать за истинное и не включать в свои заключения, кроме того, что разумом ясно признается таковым.
> 2. Всякий вопрос расчленять на столько частей, чтобы решение этим возможно больше упрощалось.
> 3. Всегда начинать с того простейшего, в которое легко вникнуть, и постепенно восходить к постижению более сложного. Даже в том,

что не представляет естественной последовательности, устанавливать определенное упорядочение.
4. Для всего устанавливать настолько полные перечни и обзоры, чтобы быть убежденным, что ничего не пропущено.

Эти правила Декарт установил для самого себя и, чтобы показать их приложение, создал свои сочинения: «Геометрию», «Оптику» и «Учение о метеорах»» [Крылов 1943].

И далее Алексей Николаевич Крылов заметил, что необходимо обратить внимание, что Декарт придавал способности мышления первенствующее значение, сказав “Cogito, ergo sum” – Мыслю, следовательно, существую, а по академику можно и обратить высказывание Р. Декарта, т. е. “Sum, ergo cogito”.

Несложно заметить, что оптимистичное обращение А.Н. Крыловым высказывания в современном прочтении может оказаться небесспорным [Жаров, Таратухина 2015]. Если убрать из рассмотрения всякие патологические случаи, то из того, что «существую» в педагогической среде, еще не следует, что «мыслю». Действительно, тот факт, что у ребенка нет интереса к учению или его не научили задавать вопросы, не отрицает наличия у него мышления.

Необходимо обратить внимание еще на одну особенность состояния современной педагогической среды. Кроме выделенных личностной и внешней среды (они же микро- и макросреды) индивида, существует и среда информационная, электронно-информационная среда, которая обладает плотностью, скоростью обмена сообщениями, возмущениями и многими другими состояниями и характеристиками. В этом случае роль педагога значительно изменяется. Следовательно, существование в среде само может препятствовать попыткам мыслить, а особенно если нет заказа из внешней среды для того, чтобы молодой человек точно представлял, что значит мыслить и принимать самостоятельно решения.

Таким образом, педагогическую или электронно-образовательную среду можно представить как объединение трех сред: личностной, внешней по отношению к личности и информационной, причем в последнюю погружены две первые. Ясно, что для простоты модель возможна в виде «Среда–Ребенок», «Среда–Родители» (как старшие, так и младшие) и «Среда – Коммуникационная» (все носители и средства информации). В таком упрощенном представлении ЭОС, естественно, включаем в нее Культуру (и ее национальные особенности, Историю, Школу и т.д.), Средства и структуру обработки информационных сообщений и, наконец, методы Сохранения (коды и методы сохранения сообщений). Особенность описанной ЭОС в том, что каждый из элементов сам генерирует и сам же обрабатывает и сохраняет сообщения, причем некоторые из них становятся информационными с различным количеством информации, а некоторые просто физическими сигналами, не несущими никакой нагрузки. То есть модель Налимова «Человек– Текст» становится многослойной, в каждом слое которой Индивид представляется в той или иной ипостаси, различными текстами. Как было не раз отмечено, Индивид-Ученик, а следовательно, Текст, который пишется образовательной средой и самим Учеником, будет ли это диктант или самостоятельное сочинение, зависит исключительно от ЭОС, в которой нужно освоить правила мышления. Математика и Родной язык в школе в этом контексте являются фундаментальной «элементной базой», удачного или нет, Изделия, называемого «Современный человек».

Вместо заключения

Сделана попытка выделить в системе образования математическое образование как ведущую сложную подсистему, в которой методические вопросы тесно переплетены с научными, с содержательными проблемами научного знания. В настоящее время не стоит утилитарный вопрос об отборе содержания в преподавании математики. Происходит возврат к исторической альтернативе, к феноменологическому основанию педагогического знания, не столько как практическому знанию (стадия накопления педагогических знаний прошла), сколько к интегрированной науке. Следовательно, если государство желает быть не только независимым, но и восприимчивым ко всем передовым идеям развития науки и техники, то оно (государство) должно либо тратить много денег на покупку Мозгов, либо беспокоиться о развитии собственных образовательных возможностей. В последнем случае исключительно развитие математического образования является достаточным условием процветания государства. В качестве убедительного примера достаточно вспомнить историю реформ Петра Первого в начале XVIII в. или о проведенных реформах образования КНР, начавшихся в начале восьмидесятых годов XX в. Методы же формализации сред были изложены во многих статьях авторов, а некоторая элементная база для построения математических моделей в педагогической деятельности изложена в этой работе.

Литература

Крылов 1943 – *Крылов А.Н.* Мысли и материалы о преподавании механики в высших учебных заведениях СССР. М.; Л.: АН СССР, 1943.

Жаров, Таратухина 2015 – *Жаров В.К., Таратухина Ю.В.* Педагогический конструктивизм в кросскультурной среде. М.: Янус-К, 2015.

Налимов 1993 – *Налимов В.В.* В поисках иных смыслов. М.: Прогресс, 1993.

Налимов 1994a – *Налимов В.В.* Канатоходец. М.: Прогресс, 1994.

Налимов 1994b – *Налимов В.В.* На грани третьего тысячелетия. М.: Лабиринт, 1994.

Налимов 1995 – *Налимов В.В.* Вселенная смыслов // Общественные науки и современность. 1995. № 3. С. 122–132.

Налимов 2000 – *Налимов В.В.* Разбрасываю мысли. М.: Прогресс-Традиция, 2000.

References

Krylov, A.N. (1943), *Mysli i materialy o prepodavanii mekhaniki v vysshih uchebnyh zavedeniyah SSSR* [Thoughts and materials on teaching mechanics in the higher educational institutions of the USSR], AN USSR, Moscow, Leningrad, USSR.

Nalimov, V.V. (1993), *V poiskah inyh smyslov* [In search of other sense], Progress, Moscow, Russia.

Nalimov, V.V. (1994a), *Kanatohodets* [A tightrope walker], Progress, Moscow, Russia.

Nalimov, V.V. (1994b), *Na grani tret'ego tysyacheletiya* [On the verge of the third millennium], Labirint, Moscow, Russia.

Nalimov, V.V. (1995), "The Universe of Senses", *Social Sciences and Contemporary World*, no. 3, pp. 122–132.

Nalimov, V.V. (2000), *Razbrasyvayu mysli* [Throwing thoughts], Progress-Traditsia, Moscow, Russia.

Zharov V.K. and Taratukhina Yu.V. (2015), *Pedagogicheskiy konstruktivizm v kross-kul'turnyh sredah* [Pedagogical constructivism in a cross-cultural environment], Yanus-K, Moscow, Russia.

Информация об авторах

Валентин К. Жаров, доктор педагогических наук, профессор, Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия; 125993, Россия, Москва, Миусская пл., д. 6; *valcon@mail.ru*

Юлия В. Таратухина, кандидат филологических наук, доцент, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия; 101000, Россия, Москва, ул. Мясницкая, д. 20; *jtaratuhina@hse.ru*

Рискельди М. Тургунбаев, кандидат физико-математических наук, доцент, Ташкентский государственный педагогический университет им. Низами, Ташкент, Узбекистан; 100183, Узбекистан, Ташкент, ул. Бунёдкор, 27; *musamat1@yandex.com*

Information about the authors

Valentin K. Zharov, Dr. of Sci. (Education), professor, Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia; bld. 6, Miusskaya Sq., Moscow, Russia, 125993; *valcon@mail.ru*

Yulia V. Taratuhina, Cand. of Sci. (Philology), associate professor, National Research University "Higher School of Economics", Moscow, Russia; bld. 20, Myasnitskaya Str., Moscow, Russia, 101000; *jtaratuhina@hse.ru*

Riskeldi M. Turgunbaev, Cand. of Sci. (Mathematics), associate professor, Nizami Tashkent State Pedagogical University, Tashkent, Uzbekistan; bld. 27, Buniodkor Str., Tashkent, Uzbekistan, 100183; *musamat1@yandex.com*

УДК 378:517.4
DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-64-85

Обучение операционному мышлению в курсах высшей математики технических университетов

Валентин К. Жаров
Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия, valcon@mail.ru

Александр Д. Козлов
Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия, adkozlov@mail.ru

Арслан П. Марданов
Ташкентский государственный технический университет им. И.А. Каримова, Ташкент, Узбекистан, apardayevich@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена задачам воспитания операционного мышления в процессе преподавания курсов высшей математики инженерных учебных заведений. Рассмотрены вопросы о важности математики в деятельности человека, отмечена ее роль в качестве полезного инструмента для проникновения в любую область человеческих знаний для превращения их в научные знания. Проведено всестороннее сравнительное обсуждение определений математического и операционного мышления. Проведен анализ влияния современных условий развития общества на методики преподавания и на возможности воспитания и совершенствования у студентов навыков критического мышления. Предлагается формировать умственную, в том числе, творческую деятельность студентов с самого начала обучения в высшей школе, используя для этого, в соответствии с будущей специальностью, задания с необходимостью математического моделирования и экспериментального исследования проблем. Выяснена необходимость и методы формирования учебно-методической среды для операционной деятельности с концепциями различной степени абстракции. Даны примеры дифференцированного и структурного подхода к обучению математике, в частности к созданию учебных задач в высшей школе. Продемонстрировано, что при обучении студентов уже с 1-го курса необходимо учитывать наличие у них «инженерного» («физического») или «алгоритмического» мышления.

Ключевые слова: математическое мышление, операционное мышление, рациональное мышление, инженерное мышление

Для цитирования: Жаров В.К., Козлов А.Д., Марданов А.П. Обучение операционному мышлению в курсах высшей математики технических университетов // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2020. № 3. С. 64–85. DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-64-85

To the education of operational thinking in the higher mathematics courses of technical universities

Valentin K. Zharov

Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia, valcon@mail.ru

Alexander D. Kozlov

Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia, adkozlov@mail.ru

Arslan P. Mardanov

Karimov Tashkent State Technical University, Tashkent, Uzbekistan, apardayevich@mail.ru

Abstract. The article is devoted to the tasks of operational thinking developing in the process of teaching the higher mathematics courses in technical universities. It considers the questions on the mathematics importance in human activity and notes its role as a useful tool for penetrating into any area of human knowledge in order to turn it into scientific knowledge. A comprehensive comparative discussion of the definitions of mathematical and operational thinking was carried out. The authors analyzed the current social development conditions influencing the teaching methods and the possibilities of upbringing and improving students' critical thinking skills. It is proposed to form the mental activity of students (including the creative one) from the very beginning of their studies in the higher education institutions, using to that end in accordance with the future specialty, tasks with the need for mathematical modeling and experimental research of issues. The necessity and methods of forming an educational and methodological environment for operational activities with concepts of varying degrees of abstraction are clarified. The authors give examples of a differentiated and structural approach to teaching mathematics in particular to the creation of educational problems in the higher education institutions. They show that already from the 1st year in teaching students it is necessary to take into account their "engineering" ("physical") or "algorithmic" way of thinking.

Keywords: mathematical thinking, operational thinking, rational thinking, engineering thinking

For citation: Zharov, V.K., Kozlov, A.D. and Mardanov A.P. (2020), "To the education of operational thinking in the higher mathematics courses of technical universities", *RSUH/RGGU Bulletin. "Information Science. Information Security. Mathematics" Series,* no. 3, pp. 64–85, DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-64-85

Введение

Зададимся достаточно общим вопросом, нужно ли современному человеку быть готовым к решению проблем? На самом деле, многие исследования приближают нас к искусственному интеллекту, а значит, ставят задачу и позволяют «интеллекту» работать на себя. Отметим, что, во-первых, нужно уметь сформулировать хотя бы задачу, не говоря уже о проблеме, а во-вторых, вам следует понять, правильно решена задача или нет. Ясно, что здесь есть и третий, и четвертый слои и т.д.; наконец, нужно еще создать этот искусственный интеллект, для чего потребуется «неискусственный» брат. Очевидно, что для его создания потребуются очень высокие навыки и знания. Как решать проблему, например, будущему инженеру? Человечество искало ответ на этот вопрос сотни лет, и каждый исторический период его развития давал свой особый ответ. Современность также изменяет этот ответ. Фактически, изобретатель перешел от живой имитации и модели ко все более абстрактным концепциям механизма, продукта или математическим моделям различных типов. Для наших целей достаточно небольшого экскурса в историю методов решения задач.

Известно, что умение обучать рациональному мышлению и необходимой системе знаний, а также навыкам, передаваемым из поколения в поколение, всегда, а особенно в последнее время ценилось в обществе, и потому это было задачей педагогического профессионального сообщества. Исторически обучение мышлению является актуальной проблемой, однако методы обучения различаются от эпохи к эпохе. Задача воспитания мышления, поставленная в психологии в начале XX в., стала чрезвычайно важной в век информационных технологий, больших данных и искусственного интеллекта. Существует проблема определения, типологии мышления.

Дж. Вейль, один из выдающихся математиков XX в., писал, что

> под математическим мышлением я подразумеваю, во-первых, особую форму рассуждения, через которую математика проникает в науки внешнего мира – физику, химию, биологию, экономику и т. д., и даже

> в наши размышления о повседневных делах и заботах, и, во-вторых, форму рассуждения, к которой математик прибегает в своей области, оставаясь предоставленным самому себе. В процессе мышления мы пытаемся постичь истину умом; наш ум стремится просветить себя, основываясь на нашем опыте [Вейль 1989].

Другой выдающийся математик, В. Клиффорд, в своей работе «Здравый смысл в точных науках» отождествлял здравый смысл и математику. Математика – полезный инструмент для проникновения в любую область человеческих знаний и тем самым превращения их в научные знания [Клиффорд 1922].

В этом пассаже легко узнать известные утверждения древних и средневековых мыслителей о значении математики в науке. Можно вспомнить «Краткую книгу о завершении и противостоянии» Аль-Хорезми (математический трактат Мухаммада ибн Мусы аль-Хорезми, IX в.), в котором есть правила работы с алгебраическими уравнениями, необходимые для получения всех результатов, необходимых для жизни. Они важны не только для абстрактной и прикладной математики, но и для современных алгоритмических систем. Другие его работы упомянуты в предисловиях к современным изданиям [Хайруллаев, Бахадиров 1988].

Б.М. Кедров указывает, что

> науки должны быть выстроены в последовательный ряд и связаны определенным образом не потому, что нам это кажется удобным, а потому, что сами предметы, сами формы движения материи, изучаемые и отражаемые соответствующими науками, настолько взаимосвязаны, то есть из той последовательности, в которой они сами объективно, исторически возникают и развиваются одна за другой – высшее из низшего, сложное из простого, следует принцип развития.

Одним из важнейших источников по истории естествознания и философской мысли, в частности учения о классификации наук, является энциклопедический труд «Мафатих аль-улум» («Ключи наук») – фундаментальный труд одного из крупнейших мыслителей раннесредневековой Средней Азии, Абу Абдуллаха аль-Хорезми» [Хайруллаев, Бахадиров 1988], [Великий 1985]. Понятно, что систематизация наук в трудах выдающихся представителей Востока отличается от системы мировоззрения западных культур, но их сохранение и значительное развитие ценно для всего человечества [Ал-Хорезми 1983].

Наконец, для полноты картины о важности математики в деятельности человека следует вспомнить К.Э. Циолковского, который говорит о математике как об Абсолюте [Циолковский 2017].

Из приведенных выше цитат выдающихся мыслителей нетрудно сделать применительно к образовательной среде следующие выводы. Во-первых, математика как фундаментальный способ мышления универсальна во всех средах и дает методологический аппарат для изучения знаний; во-вторых, математическое мышление отождествляется со здравым смыслом, приспособляемым к соответствующему знанию, который имеет универсальный язык, «видоопределяемый» для изучаемого знания; в-третьих, способы представления знаний математическим языком реализуются с использованием правил «грамматики» соответствующих конкретных знаний, а опыт применения знаний в сочетании с психологией культуры усвоения знаний дает разнообразные методы обучения как для конкретных знаний, так и для самой математики, и, наконец, различные техники, методы и представления математики в конкретных предметных областях приводят к столь же разнообразным методам обучения в различных профессиональных средах [Овчинников 2008], [Тихомиров 1984], [Огурцов, Платонов 2004], [Рубинштейн 1976], [Тихонов, Костомаров 1984].

Итак, по естественным математическим причинам философы с незапамятных времен думали о воспитании и педагогике мышления (например, [Дьюи 1997]). Проблемы не ограничиваются воспитанием математического мышления, но воспитание абстрактного мышления – одна из самых сложных психологических проблем. Отметим, что воспитание мышления, прежде всего, должно культивироваться в среде и в профессиональной школе, и это востребовано государством.

Можно принять, но несколько модифицировать определение математического мышления, данное Г. Вейлем. Из определения видно, что инвариантной частью этого мышления является функциональное свойство. В основе инженерного мышления лежит доведение функционального элемента до уровня создания реальных моделей любого типа. Иначе говоря, математическое мышление по Г. Вейлю, реализуемое не в абстрактных областях знаний, а в профессиональных конкретных средах, например: механике (рычаг, механизмы и т. д.), электротехнике (электричество, магниты и т. д.), электронике (триггерные, логические, релейные схемы и т. д.) – назовем инженерным мышлением [Овчинников 2008], [Тихомиров 1984].

Общепринято, что инженерное мышление (ИМ) – это особый тип мышления, который формируется и проявляется в решении инженерных проблем, позволяющий быстро, точно и оригинально решать поставленные задачи, направленные на технические потребности в знаниях, методах, технологиях с целью создания технических изделий и процессов. Понятно, что это определение полностью входит в наше определение инженерного мышления. Оно более точно, поскольку понятие инженерной задачи сужает область применения инженерного творчества [Вентцель 1976], [Манин 2008].

Более короткое и, на наш взгляд, тоже не безупречное определение таково: инженерное мышление – это особый тип профессионального мышления, который формируется и проявляется в умении самостоятельно ориентироваться в новых технологиях, в их рационализации, модернизации и внедрении в производство. К сожалению, в этом определении есть проблема с логикой, ибо сначала упоминается независимость, но в чем? В совершенствовании и модернизации технологий при внедрении их в производство, но современный инженер в нашем понимании не ремесленник и не только новатор. Итак, это определение не совсем строгое, но позволяет представить творчество современного инженера. Напомним, что в старину в России инженера называли «розмысл», т. е. человек, размышляющий о конкретной технической ситуации. Становится понятным, что для развития инженерного мышления необходимо сначала сформировать полный набор теоретических заданий, а уже потом задач практического характера, но при этом удовлетворяющих паспорту специальности будущей профессии. Таким образом, инженер должен обладать навыками математического мышления, но в конкретной профессиональной среде [Вентцель 1976]. Значит, методика преподавания математики в техническом университете должна быть ориентирована на будущую специальность студента, но при этом обладать свойством фундаментальности, т. е. быть строго научной, удовлетворять принципам преемственности и достаточности. Не забудем, что сформулированные учениками задания должны соответствовать принципам:

- целостности (объект рассматривается как нечто целое);
- сложности (требование учитывать все существенные взаимодействия объекта с окружающей средой и внутренними факторами);
- организации (требование учитывать структурную упорядоченность объекта);
- иерархичности (требование учитывать отношения не только между элементами одного уровня, но и между разными уровнями концептуальной системы).

Структура системы или объекта – это внутренняя структура данной системы, характеризующаяся наличием устойчивых связей между ее элементами (частями), удовлетворяющими исследуемым отношениям. Иначе говоря, среда, изучаемая студентом, представляется структурно, а задания приобретают статус конструктивных объектов; следовательно, сама система представляет собой текст, который может быть одновременно повествовательным и вопросительным, а для самых сильных студентов это способ формулирования теорем и утверждений независимо от предметной области.

Математическое мышление как средство создания разнотипных моделей, реализация которого требует использования и развития операционных свойств в профессиональной деятельности.

Под операционным мышлением как частью математического, следовательно, и инженерного мышления, мы понимаем первую ступень абстракции в конкретной предметной области деятельности человека. Понятие оперативного мышления естественно, является основным свойством функционального мышления, лежащим в основе математического мышления [Вейль 1989], [Рубинштейн 1976], [Манин 2008].

В психологии под операционной природой мышления понимаются анализ, синтез и группировка. Очевидно, что все эти операции составляют свойство функционального мышления – главное свойство мышления математического. Таким образом, изучение классификаций множеств с особыми свойствами является естественной задачей для дисциплин математического цикла высшей и общеобразовательной школы. Основная особенность этого цикла – логическое и систематическое построение модально связанных знаний по предметным областям. Следовательно, имея базовое образование, будущий студент, привыкший задавать вопросы и искать на них ответы в различных областях профессиональной среды, приобретает опыт решения проблем. Математика действует как безопасная площадка для тренировки мышления.

Необходимо создать новый тип по-разному методически организованных учебных пособий, основанных на принципе преемственности, доступности и развития профессиональных навыков, необходимых для паспорта будущей специальности.

Фактически, конструктивно эти пособия должны быть с т. н. «открытым ключом» и помимо классических заданий должны содержать задания, сформулированные на языке будущей специальности – например, в текстовой и информационной среде электроники, биологии, химии, автоматизированных систем управления, городского хозяйства и т. д. Другими словами, следует структурно сформулировать задачи для будущего профессионала, где математика выступает как язык, грамматика и текст для моделирования предметной задачи.

Например, студент решает задачу, но не знает, какой области она принадлежит. Ему известен процесс, описанный в задаче, и единственное требование – оптимизировать результат процесса, который выражается в каком-то условии. Очевидно, человек начнет задавать вопросы. Какие – можно предположить: из какой области знаний или профессии он читал, видел или слышал о похожих заданиях? Каков концептуальный аппарат процесса? Какой смысл в оптимизации? Можно ли определить целевую функцию, или, может быть, проще описать процесс дифференциальными или другими уравнениями и т. д.? Фактически, этот набор вопросов можно разделить по типам на три класса: активный, пассивный и ретроспективный.

Чем они отличаются друг от друга и к чему ведут? В первом случае задаются вопросы для определения структуры, идей, заложенных в процесс (организованное, конструктивное мышление); второй – «вроде бы такие процессы не изучались, об этом не говорилось; когда расскажут, тогда я подумаю» (пассивное, часто дезорганизованное мышление); третий – «решали ли мы такие проблемы раньше, вроде бы было что-то похожее» (стереотипное мышление).

Недавно авторам пришлось наблюдать следующие реакции студентов третьего курса по специальности Прикладная математика.

Пример. Даны источник тепла и два цилиндра одинакового диаметра, высоты и толщины, но из разных материалов, сваренных вместе по основаниям. Характеристики источника и его расположение, высота цилиндров, плотность материалов и т.д. формируют необходимые параметры и характеристики в качестве начальных и граничных условий. Надо описать распространение тепла в цилиндре с помощью уравнения.

Обратим внимание, что задача была дана в середине курса «Уравнения математической физики», тогда как сам курс по физике был дан в следующем семестре. Наконец, единственное ограничение – время решения задачи. Вопросы: можно ли использовать материалы других университетских курсов? А журнальные статьи? Допустимо ли организовать группу для решения задачи? Студенты получили положительные ответы на все эти вопросы, но с одной оговоркой, что каждый из них отстаивает свое решение самостоятельно. Все возникающие вопросы обсуждались на практических занятиях. Решения могли использовать программные пакеты приложений. Основная трудность заключалась в описании начальных и граничных условий задачи, в реальном представлении этой задачи. Следовало разобраться, в чем состоят конструктивные связи в условии, затем после размышлений записать уравнение теплопроводности частей общего цилиндра и только после этого провести компьютерный эксперимент с изменением условий и построение графических изображений эксперимента по нагреву неоднородного цилиндра и представление возможных его интерпретаций. На вопрос, что было самым сложным в этой задаче, студенты ответили: «До начала решения непонятно, в чем проблема, что за условия? В книге все просто: понятно, к какому разделу относится задача, там все условия поставлены, работаем аккуратно и “общаемся” с Интернетом, а здесь непонятно, что делать!» Этот тип задач относится к задачам с неопределенными условиями и поэтому является реальным.

Для решения задачи необходимо сначала определить сам эксперимент, т. е. точно представить его, ввести необходимые параметры и характеристики объектов, а затем выбрать расположение источника тепла либо внутри цилиндра, на внутренней поверхности, либо в толщине стенок цилиндра, или на внешней поверхности, и даже указать, на какой части общего цилиндра. Другими словами, задача была действительно сложной из-за ее реальности, и ясно, что не все возможные условия перечислены выше. Также ясно, что студенты с «физическим», «инженерным» мышлением решали бы задачу иначе, чем с «математическим» и «алгоритмическим» складом ума, которые обратились к поисковым системам. Поэтому, сравнивая проявления мыслительной деятельности у студентов одной группы, мы можем понять, кто есть кто по типу мышления. Приведем примеры двух работ, которые реализованы студентами с разными типами мышления. Первая относится к группе поиска, «алгоритмического типа», вторая – ко второму или первому типу, «физическому» или «инженерному».

Работа студента В.М.

Дано

Предположим, есть двухслойный толстостенный цилиндр конечных размеров, помещенный в однородную среду с постоянной температурой. Температура в полости цилиндра постоянна и отличается от начального распределения температуры внутри цилиндра. В какой-то момент начинает работать источник тепла постоянной мощности.

ИС – источник тепла;

r_0 – внутренний радиус цилиндра;

δ_i – толщина i-го слоя цилиндра;

$\delta = \delta_1 + \delta_2$ – толщина цилиндра (общая).

Найти

Уравнение распространения тепла в данном цилиндре (рис. 1).

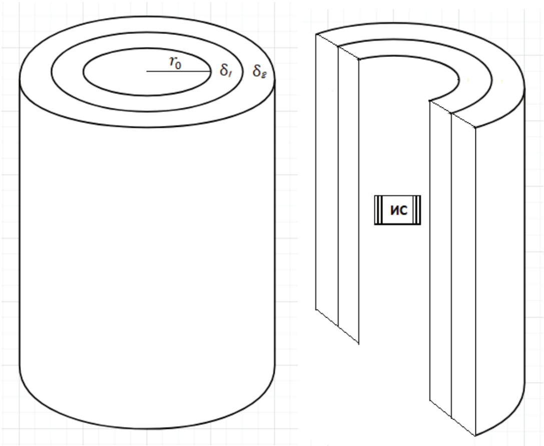

Рис. 1. Двухслойный цилиндр с источником тепла

Решение проблемы

Этапы решения задачи: необходимо найти распределение температуры в неограниченном цилиндре и неограниченной пластине. Далее, с помощью метода суперпозиции находится общее решение.

Дифференциальное уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах на первом этапе записывается следующим образом:

$$a_i\left(\frac{\partial^2 T_i(\tau,r)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T_i(\tau,r)}{\partial \mathrm{r}}\right)=\frac{\partial T_i(\tau,r)}{\partial \tau},$$

где: $i = 1, 2$ – номер слоя цилиндра;

a_i – коэффициент температуропроводности i-го слоя;

$T_i(\tau, r)$ – температура в i-м слое;

r – радиус;

τ – время.

Введем следующие граничные условия:

$T(0, r) = T_0$;

$T(\tau, r_0) = T_в$;

$T_2(\tau, r_0 + \delta) = T_{гр}$;

$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r}|_{r_0+\delta_1} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r}|_{r_0+\delta_2}$;

$T_1|_{r_0+\delta_1} = T_2|_{r_0+\delta_2}$, где:

T_0– начальная температура цилиндра;

$T_в$– температура среды в полости цилиндра;

$T_{гр}$– температура среды на поверхности цилиндра;

λ_i– коэффициент теплопроводности i-го слоя.

Решение ищется в виде суммы частного решения неоднородного ДУ

$$a_i\left(\frac{\partial^2 T_i(\tau,r)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T_i(\tau,r)}{\partial r}\right)=\frac{\partial T_i(\tau,r)}{\partial \tau}$$

и общего решения однородного ДУ вида

$$a_i\left(\frac{\partial^2 T_i(\tau,r)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T_i(\tau,r)}{\partial r}\right)=0.$$

Для нахождения конкретного решения воспользуемся методом разделения переменных и представим искомую функцию в виде $N_i(\tau,r)=Z_i(\tau)*X_i(r)$.

Здесь:

$$X_i(r)=\sum_{j=1}^{\infty}\left[A_{i,j}J_0\left(\mu_j r\right)+B_{i,j}Y_0\left(\mu_j r\right)\right],$$

$$Z_i(\tau)=\sum_{j=1}^{\infty}\exp(-a_i\mu_j^2\tau),$$

где:

$J_0\left(\mu_j r\right)$, $Y_0\left(\mu_j r\right)$ – функции Бесселя первого рода нулевого порядка;

$A_{i,j}, B_{i,j}, \mu_j$ – характеристические числа задачи.

Подставляя $N_i(\tau,r)=Z_i(\tau)*X_i(r)$ в указанные ранее граничные условия, а также учитывая, что $J_0'(z)=-J_1(z)$, $Y_0'(z)=-Y_1(z)$, получаем определитель для нахождения собственных значений характеристического уравнения, который имеет вид:

$$\begin{vmatrix} J_0(\mu r_0) & Y_0(\mu r_0) & 0 & 0 \\ J_0(\mu(r_0+\delta_1)) & Y_0(\mu(r_0+\delta_1)) & -J_0(\mu(r_0+\delta_1)) & -Y_0(\mu(r_0+\delta_1)) \\ \lambda_1 J_1(\mu(r_0+\delta_1)) & \lambda_1 Y_1(\mu(r_0+\delta_1)) & -\lambda_1 J_1(\mu(r_0+\delta_1)) & -\lambda_1 Y_1(\mu(r_0+\delta_1)) \\ 0 & 0 & J_0(\mu(r_0+\delta)) & Y_0(\mu(r_0+\delta)) \end{vmatrix}$$

Система имеет нетривиальное решение, когда определитель равен нулю.

Определим собственные значения задачи, решая определитель относительно μ.

Найдем A_j и B_j из $X_i(r) = \sum_{j=1}^{\infty}\left[A_{i,j}J_0\left(\mu_j r\right) + B_{i,j}Y_0\left(\mu_j r\right)\right]$. Выразим B_j через A_j и воспользуемся условием ортогональности функции. Получим:

$$A_{i,j} = \frac{\int_{r_0}^{r+\delta} r\left(T(0,r) - T_i(r)\right)\left[J_0\left(\mu_i r\right) - Y_0\left(\mu_i r\right)\frac{J_0\left(\mu_i r_0\right)}{Y_0\left(\mu_i r_0\right)}\right]dr}{\int_{r_0}^{r+\delta} r\left(J_0\left(\mu_i r\right) - Y_0\left(\mu_i r\right)\frac{J_0\left(\mu_i r_0\right)}{Y_0\left(\mu_i r_0\right)}\right)^2 dr}.$$

Здесь $T_i(r)$ – распределение температуры в стационарном режиме. Интегрирование осуществляется численно. Чтобы определить $T_i(r)$, решается

$$a_i\left(\frac{\partial^2 T_i(\tau,r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_i(\tau,r)}{\partial \mathrm{r}}\right) = 0,$$

с представлением решения в виде $T_i(r) = A_i \ln r + B_i$. Подставляя решение в граничные условия, получаем:

$$A_2 = \frac{T_в - T_{гр}}{\ln\left(\frac{r_0+\delta_1}{r_0}\right)\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \ln\left(\frac{r_0+\delta_1}{r_0+\delta}\right)};$$

$$A_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}A_2;$$

$$B_1 = T_в - A_1\ln(r_0);$$

$$B_2 = T_{гр} - A_2\ln(r_0+\delta).$$

Распределение температуры в неограниченном цилиндре при постоянной температуре в полости записывается как:

$$T_\mu(\tau,r) = \begin{cases} T_1(r) + N_1(\tau,r), \textit{если}\ r_0 \le r \le (r_0+\delta_1) \\ T_2(r) + N_2(\tau,r), \textit{если}\ (r_0+\delta_1) \le r \le (r_0+\delta) \end{cases}.$$

На втором этапе решение задачи теплопроводности неограниченного цилиндра имеет вид:

$$[\![- -a_i\left(\frac{\partial^2 T_i(\tau,r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_i(\tau,r)}{\partial \mathrm{r}}\right) + \frac{\omega}{c_i\rho_i} = \frac{\partial T_i(\tau,r)}{\partial \tau},$$

где:

ω – мощность источника тепла;

c_i – удельная теплоемкость i-го слоя;

ρ_i – плотность i-го слоя.

Граничные условия следующие:

$$T(0,r) = T_{\mu}(\tau,r);$$
$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial \mathrm{r}}|_{r_0} + \alpha\big(T_{в} - T_i(\tau,r_0)\big) = 0;$$
$$T_2(\tau,r_0+\delta) = T_{\text{гр}};$$
$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial \mathrm{r}}|_{r_0+\delta_1} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial \mathrm{r}}|_{r_0+\delta_1};$$
$$T_1|_{r_0+\delta_1} = T_2|_{r_0+\delta_1}.$$

При свободной конвекции на вертикальной стене коэффициент теплопередачи

$$\alpha(\tau) = 1{,}66 * \sqrt[3]{(T_{в}(\tau) - T(\tau,r_0))}.$$

Вернемся к началу второго этапа решения ДУ и перенесем свободный член в правую часть уравнения. Тогда решение этого уравнения будет записано как сумма общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения для заданных граничных условий:

$$T_i(r) = A_i \ln r + B_i,$$

где

$$A_1 = -\frac{\big(\alpha(\tau)\big)^4}{1{,}66^3} * \frac{r_0}{\lambda_1};$$
$$A_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} A_1;$$
$$F = 2\pi r_0 H;$$

F – площадь внутренней поверхности цилиндра;

H – высота цилиндра.

Нахождение коэффициентов B_i аналогично первому этапу.

Частное решение уравнения ищем в виде $P(\tau,r) = H(\tau,r) + G(r)$,

где: $H(\tau,r)$ – частное решение ДУ на первом этапе при граничных условиях второго этапа;

$G(r)$ – частное решение уравнения вида $a_i\left(\frac{\partial^2 T_i(\tau,r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_i(\tau,r)}{\partial \mathrm{r}}\right) = \frac{\omega}{c_i\rho_i}$.

Решение ищется в виде $R_i(r) = A_i \ln r + B_i + C_i r^2$, где $C_i = \frac{\omega}{4a_i c_i \rho_i} = \frac{\omega}{4\lambda_i}$.

Подставляя частное решение в граничные условия, получаем следующее:

$$A_1 = \frac{(\alpha(\tau))^4}{1{,}66^3} * \frac{r_0}{\lambda_1} - 2C_1 r_0^2;$$

$$A_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}(A_1 + 2C_1(r+\delta_1)^2) - 2C_2(r+\delta_1)^2;$$

$$B_2 = T_{гр} - A_2 \ln(r_0 + \delta) - C_2(r+\delta_1)^2;$$

$$B_1 = B_2 + A_2 \ln(r_0 + \delta_1) + C_2(r+\delta_1)^2 - A_1 \ln(r_0 + \delta_1) - C_1(r+\delta_1)^2.$$

Частное решение уравнения:

$$G(r) = \begin{cases} R_1(r), если\, r_0 \le r \le (r_0 + \delta_1) \\ R_2(r), если\, (r_0 + \delta_1) \le r \le (r_0 + \delta) \end{cases}.$$

При нахождении решения $H(\tau, r)$ определитель записывается в виде

$$\begin{vmatrix} J_1(\mu r_0) & Y_1(\mu r_0) & 0 & 0 \\ J_0(\mu(r_0+\delta_1)) & Y_0(\mu(r_0+\delta_1)) & -J_0(\mu(r_0+\delta_1)) & -Y_0(\mu(r_0+\delta_1)) \\ \lambda_1 J_1(\mu(r_0+\delta_1)) & \lambda_1 Y_1(\mu(r_0+\delta_1)) & -\lambda_1 J_1(\mu(r_0+\delta_1)) & -\lambda_1 Y_1(\mu(r_0+\delta_1)) \\ 0 & 0 & J_0(\mu(r_0+\delta)) & Y_0(\mu(r_0+\delta)) \end{vmatrix}$$

Коэффициенты $A_{i,j}$ равны:

$$A_{i,j} = \frac{\int_{r_0}^{r+\delta} r\left(T_\mu(\tau, r) - T_i(r)\right)\left[J_0(\mu_i r) - Y_0(\mu_i r)\frac{J_1(\mu_i r_0)}{Y_1(\mu_i r_0)}\right] dr}{\int_{r_0}^{r+\delta} r\left(J_0(\mu_i r) - Y_0(\mu_i r)\frac{J_1(\mu_i r_0)}{Y_1(\mu_i r_0)}\right)^2 dr}.$$

Тогда
$H_i(\tau, r) = \sum_{\mathrm{j}=1}^{\infty} A_{i,j} \left[J_0\left(\mu_j r\right) - Y_0\left(\mu_j r\right) \frac{J_0(\mu_j(r_0+\delta))}{Y_0(\mu_j(r_0+\delta))} \right] \exp(-\mu_j^2 a_i \tau).$

Общее решение запишется следующим образом:

$$T_{\mathrm{i}}(\tau, r) = H_i(\tau, r) + G(r) + T_i(r).$$

Зная коэффициент теплоотдачи на внутренней стенке цилиндра, можно в любой момент времени найти температуру стенки, из которой температура воздуха выражается через $\alpha(\tau) = 1{,}66 * \sqrt[3]{(T_в(\tau) - T(\tau, r_0))}$.

Таким образом, получено аналитическое выражение для температурного поля двухслойного полого цилиндра конечных размеров, внутри которого действует постоянный источник тепла.

Работа студента А.Т.

Проблема распределения тепла от источника в толстостенном цилиндре. Дан толстостенный цилиндр высотой h, состоящий из двух цилиндров высотой h_1 и h_2 . Источник тепла М (Q) расположен внутри полости цилиндра. Вывести уравнения, описывающие распределение тепла в цилиндрах (рис. 2.).

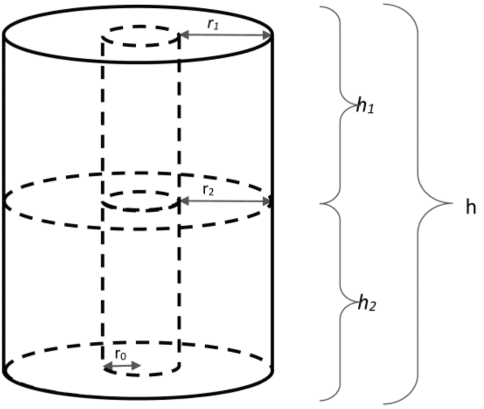

Рис. 2. Толстостенный цилиндр с источником тепла

Уравнение распределения тепла в цилиндрической системе координат записывается следующим образом:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right). \qquad (1)$$

Начальное условие: $u|_{t=0} = \varphi(r,\theta,z) = \pi r_0 h.$

Граничные условия: $u|_{z=h_1} = u|_{z=h_2} = 0; \quad u|_{r=r_1} = u|_{r=r_2} = 0$
i = 1, 2.

С применением метода Фурье и определяя введенные константы через граничные условия, получим частные решения уравнения (1), которые выглядят следующим образом:

$$e^{-a^2\left(\lambda^2 + \frac{m^2\pi^2}{h_i^2}\right)t} J_n(\lambda r) sin\frac{m\pi}{h_i}(z + h_i)(Acosn\theta + Bsinn\theta) \qquad (2)$$

положительные целые числа.

Константа λ связана с корнями уравнения $J_n(\mu) = 0$ равенством $\lambda = \frac{\mu}{r_i}$;

n является целым числом, поскольку температура представлена как периодическая функция угла θ с периодом 2π.

Решение задачи будет представлено в виде суммы решений (2) для всех *n* = 0, 1, 2,..., *m* = 1, 2, 3, ... и для всех положительных корней μ_*n*1, μ_*n*2, μ_*n*3, ...:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} e^{-a^2\left(\frac{\mu_{nk}^2}{r_i^2} + \frac{m^2\pi^2}{h_i^2}\right)t} J_n\left(\frac{\mu_{nk} r}{r_i}\right) \cdot$$
$$\cdot \left(sin\frac{m\pi}{h_i}(z + h_i)\right)(A_{kmn}cosn\theta + B_{knm}sinn\theta) + \frac{c_i\omega}{V_i\rho_i},$$

где:

c_i – мощность источника тепла;

ρ_i – удельная теплоемкость материала;

V_i – объем цилиндра.

Нужно определить A_{kmn} и B_{kmn}.

Пусть $t = 0$, тогда, взяв начальное условие, получим:

$$\varphi(r,\theta,z) = \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} J_n\left(\frac{\mu_{nk} r}{r_i}\right)\sin\frac{m\pi}{h_i}(z+h_i)\cdot(A_{kmn}\cos n\theta + B_{kmn}\sin n\theta)$$

Правая часть этого равенства является разложением функции $\varphi(r,\theta,z)$ в тригонометрический ряд Фурье, тогда коэффициенты можно разложить по формулам:

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varphi(r,\theta,z)\cos n\theta\, d\theta = \sum_{k=1}^{\infty}\left(\sum_{m=1}^{\infty} A_{kmn}\sin\frac{m\pi}{h_i}(z+h_i)\right) J_n\left(\frac{\mu_{nk} r}{r_i}\right),$$

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varphi(r,\theta,z)\sin n\theta\, d\theta = \sum_{k=1}^{\infty}\left(\sum_{m=1}^{\infty} B_{kmn}\sin\frac{m\pi}{h_i}(z+h_i)\right) J_n\left(\frac{\mu_{nk} r}{r_i}\right).$$

Эти равенства представляют собой разложение функции r в ряд по функциям Бесселя. Тогда коэффициенты будут рассчитываться следующим образом:

$$\sum_{m=1}^{\infty} A_{kmn}\sin\frac{m\pi}{h_i}(z+h_i) = \frac{2}{\pi r_i^2 J_{n+1}^2(\mu_{nk})}\int_0^{r_i}\int_0^{2\pi} r\varphi(r,\theta,z) J_n\left(\frac{\mu_{nk} r}{r_i}\right)\cos n\theta\, dr\, d\theta,$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} B_{kmn}\sin\frac{m\pi}{h_i}(z+h_i) = \frac{2}{\pi h_i r_i^2 J_{n+1}^2(\mu_{nk})}\int_0^{r_i}\int_0^{2\pi} r\varphi(r,\theta,z) J_n\left(\frac{\mu_{nk} r}{r_i}\right)\sin n\theta\, dr\, d\theta.$$

Функции $sin\frac{m\pi}{h_i}(z+h_i)$ образуют ортогональную систему функций на отрезке [0, h], при этом коэффициенты будут определяться по следующим формулам:

$$A_{kmn}=\frac{2}{\pi h_i r_i^2 J_{n+1}^2(\mu_{nk})}\int_0^{r_i}\int_0^{2\pi}\int_0^{h_i} r(2\pi r_0(r_0+h)J_n(\frac{\mu_{nk}r}{r_i})cos\,n\theta\cdot sin\,\frac{m\pi}{h_i}(z+h_i)drd\theta dz,$$

$$B_{kmn}=\frac{2}{\pi h_i r_i^2 J_{n+1}^2(\mu_{nk})}\int_0^{r_i}\int_0^{2\pi}\int_0^{h_i} r(2\pi r_0(r_0+h)J_n(\frac{\mu_{nk}r}{r_i})sin\,n\theta\cdot sin\,\frac{m\pi}{h_i}(z+h_i)drd\theta dz.$$

Общее решение будет выглядеть так:

$$u(r,\theta,z)=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}e^{-a^2\left(\frac{\mu_{nk}^2}{r_i^2}+\frac{m^2\pi^2}{h_i^2}\right)t}J_n\left(\frac{\mu_{nk}r}{r_i}\right)\cdot\left(sin\frac{m\pi}{h_i}(z+ +h_i)\right)\left([\frac{2}{\pi h_i r_i^2 J_{n+1}^2(\mu_{nk})}\int_0^{r_i}\int_0^{2\pi}\int_0^{h_i} r(\pi r_0 h)J_n(\frac{\mu_{nk}r}{r_i})cos\,n\theta\cdot sin\,\frac{m\pi}{h_i}(z+ +h_i)drd\theta dz]cosn\theta+[\frac{2}{\pi h_i r_i^2 J_{n+1}^2(\mu_{nk})}\int_0^{r_i}\int_0^{2\pi}\int_0^{h_i} r(\pi r_0 h)J_n\left(\frac{\mu_{nk}r}{r_i}\right)\sin n\theta\cdot \cdot sin\,\frac{m\pi}{h_i}(z+h_i)drd\theta dz\,]sinn\theta\right)+\frac{c_i\omega}{V_i\rho_i}$$

Представленные в качестве примера работы составляли первую итерацию процесса, после этого было еще две итерации. Во второй работе проводился анализ отклика в зависимости от параметров и представлены графики решений в зависимости от изменения начальных и граничных условий. В ходе публичного обсуждения работы были исправлены некоторые недочеты, но главное – живое обсуждение работы всеми членами учебной группы. Объем статьи не позволяет представить решение задачи «математиками», но ее цель иная – привлечь внимание к возможностям развития оперативного мышления в техническом вузе. Студенты опирались на популярные интернет-ресурсы в виде пакетов: Mathematica (любая версия), MatLab, WOLFRAM MATHEMATICA и с привлечением некоторых графических систем. Рекомендуемый список литературы был следующим: [Тихонов, Костомаров 1984], [Вентцель 1976], [Манин 2008], [Воробьев 2005], [Кошляков 1936], [Кошляков, Глинер, Смирнов 1970], [Владимиров 1976], [Чичкарев 2009], [Чурилов, Гессен 2004], [Андриевский, Фрадков 2001].

Заключение

В сфере высшего образования существует цель, априори поставленная обществом и государством, – «на выходе» должен быть специалист, соответствующий паспорту специальности. Однако специалист – это не только человек со специальными знаниями, но прежде всего мыслитель в особой специфической среде; не чиновник в худшем понимании этого слова, а активная личность с развитым мышлением.

Поэтому, на наш взгляд, современное образование в высшей школе часто следует современным условиям развития общества с хорошими и не очень хорошими качествами, например клип-мышлением и сознанием, без преобладания критического мышления; в частности, инженерная среда должна быть как можно более ограждена от современной клип-культуры.

Литература

Ал-Хорезми 1983 – *Ал-Хорезми М.* Математические трактаты. Ташкент: ФАН, 1983.

Андриевский, Фрадков 2001 – *Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л.* Элементы математического моделирования в программных средах MATLAB 5 и Scilab. СПб.: Наука, 2001.

Вейль 1989 – *Вейль Г.* Математическое мышление. М.: Наука, 1989.

Великий 1985 – Великий ученый средневековья Аль-Хорезми / Отв. ред. М.М. Хайруллаев. Ташкент: ФАН, 1985.

Вентцель 1976 – *Вентцель Е.С.* Исследование операций. М.: Советское радио, 1976.

Владимиров 1976 – *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1985.

Воробьев 2005 – *Воробьев Г. М.* Математика. Введение в систему символьных, графических и численных вычислений. М.: Диалог-МИФИ, 2005.

Дьюи 1997 – *Дьюи Д.* Психология и педагогика мышления. М.: Совершенство, 1997.

Клиффорд 1922 – *Клиффорд В.* Здравый смысл точных наук. Начало учения о числе и пространстве. Петроград: Начала познания, 1922.

Кошляков 1936 – *Кошляков Н.С.* Основные дифференциальные уравнения математической физики. М.: ОНТИ, 1936.

Кошляков, Глинер, Смирнов 1970 – *Кошляков Н.С., Глинер Е.Б., Смирнов М.М.* Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высшая школа, 1970.

Манин 2008 – *Манин Ю.И.* Математика как метафора. М.: МЦНМО, 2008.

Овчинников 2008 – *Овчинников Н.Ф.* Новый взгляд на мышление. Ростов н/Д.: Ростиздат, 2008.

Огурцов, Платонов 2004 – *Огурцов А.П., Платонов В.В.* Образы образования. Западная философия образования. XX век. СПб.: РХГИ, 2004.

Рубинштейн 1976 – *Рубинштейн С.Л.* Проблемы общей психологии. М.: Педагогика, 1976.

Тихомиров 1984 – *Тихомиров О.К.* Психология мышления. М.: МГУ, 1984.

Тихонов, Костомаров 1984 – *Тихонов А.Н., Костомаров Д.П.* Вводные лекции по прикладной математике. М.: Букинист, 1984.

Хайруллаев, Бахадиров 1988 - *Хайруллаев М.М., Бахадиров Р.М.* Абу Абдаллах аль-Хорезми. М.: Наука, 1988.

Циолковский 2017 – *Циолковский К.Э.* Космическая философия. Живая Вселенная. М.: Мир Фонд, 2017.

Чичкарев 2012 – *Чичкарев Е.А.* Компьютерная математика с Maxima. М.: ALT Linux, 2012.

Чурилов, Гессен 2004 – *Чурилов А.Н., Гессен А.В.* Исследование линейных матричных неравенств. СПб.: СПбГУ, 2004.

References

Al-Khorezmi, M. (1983), *Matematicheskie traktaty* [Mathematical treatises], FAN, Tashkent, USSR.

Andrievskii, B.R. and Fradkov A.L. (2001), *Elementy matematicheskogo modelirovania v programmnyh sredah MATLAB 5 and Scilab* [Elements of mathematical modeling in software environments MATLAB 5 and Scilab], Nauka, Saint-Petersburg, Russia.

Clifford, W. (1922), *Zdravyi smysl tochnyh nauk. Nachalo ucheniya o chisle i prostranstve* [Common sense of the exact sciences. The beginning of the doctrine of number and space], Nachala poznaniya, Petrograd, Russia.

Chichkarev, E.A. (2012), *Kompjuternaya matematika s Maxima* [Computer mathematics with Maxima], ALT Linux, Moscow, Russia.

Churilov, A.N. and Gessen, A.V. (2004), *Issledovanie lineinyh matrichnyh neravenstv* [Study of linear matrix inequalities], SPbGU, Saint Petersburg, Russia.

Dewey, J. (1997), *Psihologiya i pedagogika myshleniya* [Psychology and pedagogy of thinking], Sovershenstvo, Moscow, Russia.

Khairullaev, M.M. (ed.) (1985), *Velikii ucheny srednevekovya Al-Khorezmi* [The great scientist of the Middle Ages Al-Khorezmi], Fan, Tashkent, USSR.
Khairullaev, M.M. and Bakhadirov, R.M. (1988), *Abu Abdallah al-Khorezmi* [Abu Abdallah al-Khorezmi], Nauka, Moscow, Russia.
Koshlyakov, N.S. (1936), *Osnovnye differencial'nye uravneniya matematicheskoi fiziki* [Basic differential equations of mathematical physics], ONTI, Moscow, USSR.
Koshlyakov N.S, Gliner, E.B. and Smirnov, M.M. (1970), *Uravneniya v chastnyh proizvodnyh matematicheskoi fiziki* [Partial differential equations of mathematical physics], Vysshaya shkola, Moscow, Russia.
Manin, Yu.I. (2008), *Matematika kak metafora* [Mathematics as a metaphor], MTsNMO, Moscow, Russia.
Ogurtsov, A.P. and Platonov, V.V. (2004), *Obrazy obrazovaniya. Zapadnaya Filosofiya obrazovaniya. XX vek* [Images of education. Western philosophy of education. 20th century]. RHGI, Saint Petersburg, Russia.
Ovchinnikov, N.F. (2008), *Noviy vzglyad na myshlenie* [A new look at thinking], Rostizdat, Rostov on Don, Russia.
Rubinstein, S.L. (1976), *Problemy obschei psihologii* [Issues of general psychology], Pedagogika, Moscow, Russia.
Tikhomirov, O.K. (1984), *Psihologiya myshleniya* [Psychology of thinking], MGU, Moscow, Russia.
Tikhonov, A.N. and Kostomarov, D.P. (1984), *Vvodnye lektcii po prikladnoi matematike* [Introductory lectures on applied mathematics], Bukinist, Moscow, Russia.
Tsiolkovskii, K.E. (2017) *Kosmicheskaya filosofiya. Zhivaya Vselennaya* [Cosmic philosophy. The living Universe], Mir Fond, Saint Petersburg, Russia.
Vladimirov, V.S. (1976), *Uravneniya matematicheskoi fiziki* [Equations of mathematical physics], Nauka, Moscow, Russia.
Vorob'ev, E.M. (2005), *Matematika. Vvedehie v sistemu simvol'nyh, graficheskih i chislennyh vychisleniy* [Mathematics. An introduction to the system of the symbolic, graphical and numerical computing], Dialog-MIFI, Moscow, Russia.
Venttsel', E.S. (1976), *Issledovanie operatciy* [Operations research], Sovetskoe radio, Moscow, Russia.
Veil', G. (1989), *Matematicheskoe myshlenie* [Mathematical thinking], Nauka, Moscow, Russia.

Информация об авторах

Валентин К. Жаров, доктор педагогических наук, профессор, Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия; 125993, Россия, Москва, Миусская пл., д. 6; *valcon@mail.ru*

Александр Д. Козлов, кандидат технических наук, доцент, Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия; 125993, Россия, Москва, Миусская пл., д. 6; *adkozlov@mail.ru*

Арслан П. Марданов, Ташкентский государственный технический университет им. И.А. Каримова, Ташкент, Республика Узбекистан; 100174, Республика Узбекистан, Ташкент, ул. Университетская, д. 2; *apardayevich@mail.ru*

Information about the authors

Valentin K. Zharov, Dr. of Sci. (Education), professor, Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia; bld. 6, Miusskaya Sq., Moscow, Russia, 125993; *valcon@mail.ru*

Alexander D. Kozlov, Cand. of Sci (Computer Science), associate professor, Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia; bld. 6, Miusskaya Sq., Moscow, Russia, 125993; adkozlov@mail.ru

Arslan P. Mardanov, Karimov Tashkent State Technical University, Tashkent, Republic of Uzbekistan; bld. 2, Universitetskaya Str., Tashkent, Uzbekistan, 100174; apardayevich@mail.ru

УДК 51(091)
DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-86-106

«Государи мои!» О первой статье из истории отечественной математики

Галина И. Синкевич
Санкт-Петербургский архитектурно-строительный университет, Санкт-Петербург, Россия, galina.sinkevich@gmail.com

Ольга В. Соловьева
Санкт-Петербургский архитектурно-строительный университет, Санкт-Петербург, Россия, sol_ov@mail.ru

Аннотация. Публикуется первая печатная работа на русском языке по истории отечественной математики – о древнерусских системах счисления, – напечатанная анонимно в 1787 г. в издании Санкт-Петербургской академии наук «Новые ежемесячные сочинения». Ее автор пишет о древнерусской системе обозначения чисел, а также о русских способах календарного и коммерческого счета.

В научно-популярных изданиях Императорской Санкт-Петербургской академии наук XVIII в. было много публикаций по истории наук, искусств, ремесел, истории открытий и изобретений в других странах. В то же время ощущался явный недостаток публикаций по истории российской культуры. Русские ученые были недовольны трактовкой русской истории, излагаемой историографом Российского государства академиком Г.Ф. Миллером, а также описаниями России и ее истории у других иностранных авторов. В Екатерининскую эпоху появляется немало статей, часто анонимных, отстаивающих самобытность и древность русской культуры.

Для анализа данных по поводу авторства работы описаны научно-популярные издания академии XVIII в., изложена информация об их авторах, высказаны гипотезы, а также прокомментированы терминология статьи и упоминаемые в ней имена.

Ключевые слова: русский календарный и коммерческий счет, «богословская ручка», бирочный счет, «типографская летопись»

Для цитирования: *Синкевич Г.И., Соловьева О.В.* «Государи мои!» О первой статье по истории отечественной математики // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2020. № 3. С. 86–106. DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-86-106

“My lords!”

On the first article from the Russian history of mathematics

Galina I. Sinkevich
Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint-Petersburg, Russia, galina.sinkevich@gmail.com

Olga V. Solov'eva
Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint-Petersburg, Russia, sol_ov@mail.ru

Abstract. The article is a publication of the first Russian printed work on the Russian history of mathematics. It is dedicated to the ancient Russian numeral systems and was published anonymously in 1787 in the "New monthly works" of St. Petersburg Academy of Sciences. The author tells about the Old Russian numeral system, Russian calendar and commercial account.

In the popular science editions of the 18th century Imperial St. Petersburg Academy of Sciences there were many publications on the history of sciences, arts, crafts, the history of discoveries and inventions in other countries. At the same time, there was a clear lack of publications on the history of Russian culture. Russian scientists were dissatisfied with the interpretation of Russian history presented by the historiographer of the Russian state, an academician G. F. Müller, as well as with descriptions of Russia and its history by other foreign authors. In the Catherine's time, many articles appeared, sometimes anonymous, defending the originality and ancientry of Russian culture.

To analyze the data on the authorship of the work, the popular scientific editions of Academy in the 18th century and are described, information about their authors is presented, hypotheses are expressed, and the terminology of the article and the names mentioned in it are commented.

Keywords: Russian calendar and commercial account, "theological pen", tag account, "typographical chronicle"

For citation: Sinkevich, G.I. and Solov'eva, O.V. (2020), " 'My lords!'. On the first article from the Russian history of mathematics" *RSUH/RGGU Bulletin. "Information Science. Information Security. Mathematics" Series*, no. 3, pp. 86–106, DOI: 10.28995/2686-679X-2020-3-86-106

Введение

Императорская Санктпетербургская (так писалось название Санкт-Петербурга в XVIII веке) академия наук была основана в 1725 г. Так как своих ученых в России не было, были приглашены иностранцы с условием обучать русских своим наукам. При Академии была гимназия и университет. Через них прошли многие будущие русские академики. Работы первого поколения российских ученых появились в печати в середине–второй половине XVIII в. Среди них и публикуемая здесь. К этому времени становится заметной тенденция утверждения самостоятельности русской истории и культуры.

С.-Петербургскія Вѣдомости

Указом Петра I, а с 1728 г. дважды в неделю начала выходить первая регулярная газета «Санкт-Петербургские ведомости». Первым редактором был историк и будущий академик Герхардт Миллер[1]. Газета печатала придворные новости, переводы известий из зарубежных газет, объявления о подрядах, о заходе кораблей в порт, приезде и отъезде купцов и т. п. Появлялись сведения об открытиях иностранных учёных, отчёты петербургских академиков об их работе, нравоучительные статьи, литературные произведения. Нужно было пояснять непривычные для русского читателя имена, события, термины, географические названия. В качестве пояснительного приложения к газете стали издаваться «Примечания к Санкт-Петербургским ведомостям».

[1] Адъюнкт Академии Герхардт Фридрих Миллер (также Мюллер, Федор Иванович, Gerhard Friedrich Müller, 1705–1783), русско-немецкий историограф, естествоиспытатель и путешественник, впоследствии действительный член Императорской Академии наук в Санкт-Петербурге, занимался изданием газеты «Санкт-Петербургские ведомости» с 1728 по 1730 г. Роль Миллера в интерпретации русской истории спорна, но его отличало бережное отношение к сохранению научных сведений по истории и географии России. Он подбирал материалы для каждого номера газеты, переводил иностранные известия, черпая их из заграничной прессы, читал корректуру и следил за выпуском номеров в свет.

Историческія, Генеологическія и Географическія примѣчанія въ Вѣдомостяхъ, изданныя въ С.-Петербургѣ при Академіи Наукъ съ 1728 по 1740/1741 годъ

«Исторические, генеалогические и географические примечания», объемом от 4 до 8 страниц, в течение первого года появлялись раз в месяц, а с 1729 г. прилагаются к каждому номеру газеты. Выпуски их именуются «частями».

В XVIII в. на членов Санкт-Петербургской академии, помимо их прямых обязанностей – присутствовать на конференциях, читать лекции студентам, участвовать в работах, заданных Академией (например, первые годы для Эйлера – по географии России), возлагалась также обязанность писать научно-популярные статьи для «Примечаний к Санкт-Петербургским ведомостям». Это был первый российский научно-популярный журнал, задуманный как справочное издание. Гонорар авторам не выплачивался, имя автора, как правило, не указывалось. Эти статьи сыграли огромную роль для просвещения, популяризации науки, создания русской научной терминологии. В 1754 г. М.В. Ломоносов в письме к И.И. Шувалову с похвалой отзывается о «Примечаниях» и выражает желание видеть их возобновление.

В “Примечаниях” печатались научно-популярные статьи (по математике, естествознанию, химии, астрономии, философии, истории), литературные сочинения и нравоучительные статьи. В сборнике издавались переводы историко-научных статей, в частности по истории астрономии (звездословию). Интерес к истории науки был значителен. В журнале сотрудничали М.В. Ломоносов, Л. Эйлер, В.Н. Татищев, Г.Ф. Миллер, А.И. Эйлер, С.Я. Румовский, П.И. Богданович и другие.

«Примечания» пользовались настолько большой популярностью, что читались даже после прекращения издания, а позже переиздавались отдельными сборниками (1765, 1766, 1787, 1791). Сначала в 1765 г. из «Примечаний» 1729–1740 гг. была сделана перепечатка под заглавием: «Историческія, Генеологическія и Географическія примѣчанія въ Вѣдомостяхъ, изданныя въ С.-Петербургѣ при Академіи Наукъ съ 1729 по 1740 годъ. Москва, 1765 г.». Редактировал эти сборники Г.Ф. Миллер. Наряду с историческими, географическими и естественно-научными статьями, написанными академиками (Г.Ф. Миллером, Л. Эйлером, И.Г. Гмелиным-старшим, И.С. Бакенштейном и др.), в издании встречаются легкие статьи и стихотворения. Кроме оригинальных статей помещались и переводные, выполненные В.Е. Адодуровым, В.К. Тредьяковским, С.Я. Румовским и другими. Этот сборник издавала сама Академия наук [Берков 1952].

Ежемесячные сочинения

«Ежемесячные сочинения, к пользе и увеселению служащие» (в 1758–1762 гг. – «Сочинения и переводы к пользе и увеселению служащие», с 1763 г. – «Ежемесячные сочинения и известия о ученых делах») – первый в России ежемесячный научно-популярный и литературный журнал, издававшийся Петербургской академией наук в 1755–1764 гг. Журнал печатался в типографии Академии наук тиражом до 2000 экземпляров. Издание началось по инициативе Г.Ф. Миллера и продолжало традицию «Примечаний». К участию в журнале допустили авторов не из числа академиков, а также постановили исключить из тематики публикаций богословские вопросы и такие критические статьи, которые могли нанести кому-либо обиду. Имя автора, как правило, не указывалось, гонорар не выплачивался.

Г.Ф. Миллер должен был заботиться о статьях для журнала и соблюдении порядка при доставлении их от академиков. В случае недостатка таких статей очередное издание журнала дозволялось «дополнить каким ни есть переводом чьим бы то ни было, или стихами, в которых, по усмотрению, соединено будет полезное забавному». Очевидно, что журнал предназначался исключительно для большинства читающей публики, так как именно было оговорено: «из высоких наук, як-то: из астрономических наблюдений и исчислений, из физики, математическими вычетами изъясняемой, из анатомических примечаний, которые разуметь невозможно без знания совершенного самой анатомии, и ничего тому подобного в помянутые книжки не вносить» [Пекарский 1867].

Академические известия

С 1779 по июль 1781 г. в Санкт-Петербурге выходил журнал «Академические известия, содержащие в себе историю наук и новейшие открытия оных. Извлечение из деяний славнейших академий в Европе, новые изобретения, опыты в естественной истории, химии, физике, механике и в относящихся к оным художествах. Отличнейшие произведения в письменах во всей Европе; академические задачи; любопытные и странные тяжбы и прочие примечательные происшествия». Журнал имел два постоянных отдела: История наук и Новые научные исследования, их практическое применение. Издателем была Академия наук, всего вышло восемь частей (31 книга). Редактором этого журнала был П.И. Богданович. В 1779–1781 гг. в «Академических известиях» был опубликован перевод с французского «Истории математики» Ж.-Э. Монтюкла[2] (первые публикации за подписью «Петр Богданович», последние – без подписи). Богданович приписывал себе этот перевод Монтюкла, но, отвечая на запрос Академической комиссии от 13 мая 1782 г., переводчик М. Ковалев указал, что перевод принадлежит ему и «стоит, может быть ошибкою, чужое имя». В разделе «Новые научные исследования» публиковались «Показания новейших трудов многих академий и ученых обществ», в том числе, как называет их издатель, «Санктпетербургской, Берлинской, Лондонской, Парижской, Стокгольмской, Филадельфийской, Туринской, Геттингской, Копенгагенской, Гарлемской, Упсальской и Минхенской академий и других Ученых обществ».

Новые Ежемесячные сочинения

В 1786–1796 гг. Академия наук издавала журнал «Новые ежемесячные сочинения», наследовавший «Ежемесячным сочинениям». От прежних академических изданий «Новые ежемесячные сочинения» отличались тем, что имели в виду популяризацию научных сведений. Объем ежемесячного выпуска составлял около 100 страниц. Кроме исторических материалов и научных статей этнографического, исторического и естественно-исторического характера, как принадлежавших академикам, так и переводных, а также писем-сообщений в редакцию «от неизвестных лиц», в журнале помещено несколько сочинений кн. Дашковой, множество од, песен, сатир, стансов и других стихотворений, оригинальных и переводных. В числе редакторов «Новых ежемесячных сочинений» были академики С.Я. Румовский, Н.Я. Озерецковский и А.П. Протасов, И.И. Лерехин (1789–1796), Я.Д. Захаров (июнь–август 1796). Вышло 120 частей. Журнал публиковал научные труды и статьи по всем отраслям знаний, следуя обширной энциклопедической программе «Ежемесячных сочинений». В первые годы издания журнала в «Научном отделе», кроме переводных статей, печатались академические труды, главным образом по естествознанию и краеведению [Неустроев 1874]. В 1795–1796 гг. в нескольких номерах публиковалась в переводе с французского «История о звездосло-

[2] Французский математик и историк математики Ж.Э. Монтюкла (Jean-Étienne Montucla, 1725–1799) в 1758 г. опубликовал двухтомную «Историю математики» (Histoire des mathématiques). В 1799 г. ее посмертно переиздал астроном Ж.Ж.Л. де Лаланд (Joseph Jérôme Lefrançois de Lalande, 1732–1807), добавив третий том (историю прикладной математики и механики) и четвертый том (историю астрономии).

вии[3]». В те же годы в нескольких номерах публиковалось «Описание Сферы и Земного шара вообще, взятого из географии Аббата де Лакроа[4]»).

Отметим также рост публикаций, отстаивающих позиции новорожденной российской науки и роль русских исследователей и профессоров. Например, в XVII части за ноябрь 1787 г. на с. 80–83 было опубликовано анонимное «Письмо к Господам издателям новых ежемесячных сочинений»:

> Государи мои! Недавно читал я на немецком языке небольшую книжку некоего Фабрициуса, который, как путешественник, рассказывая о С.-Петербурге, говорит, между прочим, об Академии наук, и как немец, обносит Русских профессоров <...>. Фабриций бессовестно лжет. Всю прошлую весну и лето обучал астрономии наших штурманов, я прямо должен сказать, что это был г. профессор Иноходцов, которому коллегия сия изъявляет совершенное свое удовольствие.

Подпись под статьй: «Получено от неизвестной особы».

Статьи далеко не всегда были подписаны полными именами, иногда лишь инициалами, иногда статья была озаглавлена «письмо к господам издателям», либо в конце были слова «поступило от неизвестного лица», либо с пометкой «письмо одной дамы» (так подписывалась княгиня Е.Р. Дашкова).

Как раз в этом журнале и была опубликована интересующая нас анонимная статья. Попробуем предположить, кто был ее автором.

Разумеется, наших сведений об авторах журнала недостаточно; у Пекарского [Пекарский 1867] названо немало авторов второго ряда, воспитанников Академической гимназии, Академического университета, были также авторы из Кадетских корпусов (Морского и Сухопутного). Каждый из них мог оказаться автором рассматриваемой статьи. Здесь мы перечислим только наиболее известных академиков, профессоров и переводчиков, перу которых могла бы принадлежать указанная статья.

---

[3] Перевод выполнен Морского флота капитан-лейтенантом Николаем Ивановым в 1795 г. Возможно, что это был перевод астрономии Делаланда, дополнившего «Историю математики» Э. Монтюкла.

[4] Louis Antoine Nicolle de La Croix (1704–1760), аббат и географ. Не путать с Сильвестром Франсуа Лакруа (Sylvestre François de Lacroix, 1765–1843), автором многочисленных учебников по интегральному и дифференциальному исчислению, по переводам которых учились несколько поколений российских студентов.

Академик Семен Кириллович Котельников (1723–1806)

С.К. Котельников

Родился и умер в Санкт-Петербурге. Солдатский сын, учился в школе Феофана Прокоповича, затем в Александро-Невской семинарии. Был переведен в Академическую гимназию (1741), затем в Академический университет (1742). Написал и защитил диссертацию «Спрямление и квадратура[5] конхоиды с помощью касательной», в должности адъюнкта был отправлен за границу. Продолжал обучение в Берлине у Л. Эйлера (1752–1756). С 1756 г. – в Санкт-Петербурге, профессор кафедры высшей математики Академии наук. Был инспектором Академической гимназии, заведовал географическим департаментом, библиотекой и Кунсткамерой; преподавал в Морском шляхетном кадетском корпусе математические и навигационные науки. Написал несколько научных мемуаров и учебников, в том числе «Арифметика или первые основания математических наук» (1763), «Молодой Геодет или первые основания геодезии» (1766). Котельников также трудился над изданием воскресенской и софийской новгородской летописей, читал публичные лекции по математическим вопросам и участвовал в комиссии по поднятию народного образования. Занимался переводом на русский язык «Начал» Евклида [Прудников 1956].

Котельников был хорошим лингвистом, знал и ценил богатство русского языка. Был избран в Российскую академию[6] (1783) и прилежно посещал ее собрания. Он участвовал в работе наиболее важного ее отдела, «объяснительного», который занимался определением значения слов и анализом их состава. В числе других для

---

[5] Спрямление кривой означало вычисление длины её дуги, а квадратура – вычисление площади, ограниченной данной кривой.

[6] В отличие от Императорской Санкт-Петербургской Академии наук Российская академия была создана в 1783 г. Екатериной II и княгиней Е.Р. Дашковой по образцу Французской академии. Целью ее было изучение русского языка и словесности в Петербурге. Главным результатом деятельности Академии явилось издание Российского академического словаря.

словаря он определил значение слов «мера» и «вес». Его определения кратки и нередко сопровождаются указанием на то, из какого языка или древнерусского источника происходит слово; был знатоком древнерусских рукописей [Прудников 1956].

Профессор Николай Гаврилович Курганов (1725/26–1790/96)

Николай Гаврилович Курганов (1725/26–1790/96), сын унтер-офицера, русский просветитель, педагог, математик, военный моряк, автор и составитель учебников. Наиболее известен его учебник грамматики, так называемый «Письмовник Курганова», популярнейшее издание на рубеже XVIII–XIX вв., и первый учебник по геометрии на русском языке. В 1741 г. окончил Школу математических и навигацких наук в Москве. Прошел обучение в Петербургской морской академии, после завершения обучения преподавал в Морском кадетском корпусе. С 1774 г. – профессор.

Портрет Н.Г. Курганова руки одного из его учеников [Прудников 1956]

Издал учебники «Универсальная арифметика, содержащая основательное учение как легчайшим способом разныя во обществе случающияся, математике принадлежащия арифметическия, геометрическия и алгеброическия выкладки производить: В 2-х частях. СПб., 1757», «Генеральная арифметика то есть всеобщей или Полной Числовник предлагающей Порядочное и основательное знание как легчайшим способом разные житейские мафиматике принадлежащия, Арифметичные, Геометричные и Алгебричные вычисления производить», изд. 2-е. СПб. 1794; «Арифметика, или числовник, содержащий в себе все правила цыферного вычисления, случающегося в общежитии в пользу всякого учащегося, Воинского, Статского и Купеческого Юношества», переиздание «Универсальной арифметики...», но без сведений из алгебры и геометрии. Изд. 3-е. СПб. 1776, изд. 4-е (Ч. 1 – 2). СПб., 1791; «Новая арифметика или Числословие, содержащее в себе все правила цыфирнаго вычисления, случающагося в общежитии, в пользу всякаго учащагося, Воинскаго, Статскаго и Купеческаго Юношества». СПб. 1771. Переиздание «Универсальной арифметики...», но без сведений из алгебры и геометрии; несколько собственных и переведенных пособий по навигации, геодезии и геометрии, а также знаменитый популярнейший на рубеже XVIII–XIX вв. «Письмовник», включающий помимо грамматики русского языка множество сведений о мироустройстве, о науках и их классификации, нравоучительные статьи, стихи, толковый словарь, сведения по истории наук, в том числе астрономии и математики. Он же в 1770-х гг. перевел с французского «Начала» Евклида.

Пекарский указывает, что Курганов был одним из анонимных авторов «Ежемесячных сочинений» [Пекарский 1867].

Академик Степан Яковлевич Румовский (1734–1812)

С.Я. Румовский

Родился в семье священника во Владимирской области, с пятилетнего возраста обучался в классе пиитики Александро-Невской семинарии, в 12-летнем возрасте в числе лучших учеников был отобран М.В. Ломоносовым для обучения в Академической гимназии при Академическом университете. С1748 г. учился в Академическом университете, выбрав основным предметом обучения математику. В 1753 г. стал адъюнктом по астрономии Петербургской академии наук, а в следующем году был командирован в Берлин, где изучал математику у Л. Эйлера. С 1754 по 1756 г. жил в Берлине у Эйлера. С 1760 г. преподавал в Академическом университете математику и астрономию. Экстраординарный профессор (1763), ординарный профессор (1767). С 1766 по 1803 г. заведовал географическим департаментом, был директором астрономической обсерватории Петербургской академии наук, руководил картографическими работами, готовил астрономо-метеорологические календари. Член Российской академии (академик по астрономии) с момента ее основания (1767 г.). С 1800 по 1803 г. – вице-президент Петербургской академии наук. С 1776 по 1783 г. был инспектором основанного тогда в Петербурге Греческого кадетского корпуса. В 1798 г. Адмиралтейств-коллегия поручила Румовскому подготовку учителей навигации Морского кадетского корпуса к проведению астрономических исследований, за что Румовский был награжден чином действительного статского советника (1799). С 1803 г. и до конца жизни был попечителем Казанского учебного округа, благодаря ему начал свою деятельность Казанский университет, в округе была создана структура гимназий и приходских училищ. Румовский часто публиковал свои статьи в «Новых ежемесячных сочинениях». Как правило, подписывался инициалами «С.Р.».

Издатель и переводчик Петр Иванович Богданович (конец 1740-х – начало 1750-х гг. –1803)

Сын екатеринославского помещика, Богданович с 1765 г. учился в университете Лейпцига «на собственном своем коште», занимался математикой. Продолжил образование в Голландии и Англии. Хорошо владел немецким, французским и английским языками. Вернувшись в Россию, служил в армии, в 1777 г. вышел в отставку в чине армейского поручика и был принят на службу в Академию переводчиком и помощником библиотекаря. Составлял каталоги академической библиотеки, систематизировал коллекции Кунсткамеры. Его редактирование «Академических известий» заключалось в корректуре и, как он сам пишет, «исправлял вообще штиль во всех переводных статьях». О его переводе «Истории математики» Монтюкла мы уже упоминали. В 1782 г. Богданович покинул Академию, продолжая заниматься книгоиздательством «своим иждивением». Анонимно издал перевод философской повести Вольтера «Человек в 40 талеров» (1780). С.Г. Домашнев[7] хотел наградить Богдановича суммой 100 р. за этот перевод, который, по его мнению, «в рассуждении штиля» мог быть «полезным образцом в русской литературе». Но Академическая комиссия не сочла справедливой эту характеристику и отказала в выдаче награждения. В марте 1786 г. переведенная Богдановичем книга попала в число «сумнительных». Занимаясь переводческой и книгоиздательской деятельностью, Богданович с 1779 по 1787 г. печатал книги своим «иждивением» в разных петербургских типографиях, а с конца 1787 г. завел собственную типографию. Всего им было издано свыше 150 книг (издательская марка – инициалы

[7] Сергей Герасимович Домашнев (1743–1795) («Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона» указывает иные сведения: родился в 1742 или 1746 г., умер в 1796 г.) — директор Петербургской академии наук (1775–1783), писатель, поэт.

«П. Б.»). Среди этих изданий были произведения французских просветителей (Ж.-Ж. Руссо, Л.-С. Мерсье и др.), сочинения Д.И. Фонвизина, Ф.А. Эмина и других русских авторов, сборники русских былин, сказок, песен; эстампы и картографические материалы. Переведенная Богдановичем книга У. Додда «Размышления аглинского пресвитера Додда в темнице» (1784) подверглась конфискации в московских книжных лавках в 1787 г. В 1796 г. был выслан из Петербурга в Полтаву вследствие судебной тяжбы по его издательской деятельности [Словарь 1999]. Подписывался «П. Б.» или «П. Богд».

Академик Петр Борисович Иноходцев (1742–1806)

П.Б. Иноходцев

Родился в Москве в солдатской семье, в 1752 г. был отдан в Академическую гимназию, в 1760 г. поступил в Академический университет, где слушал лекции С.Я. Румовского, И. Фишера, С.К. Котельникова, И.А. Брауна. По окончании был назначен преподавателем математики в Академическую гимназию. В 1765 г. по инициативе М.В. Ломоносова в числе семи лучших студентов университета направлен за границу для дальнейшего обучения, два года учился в Гёттингенском университете, где изучал аэрометрию, гидродинамику, оптику, статику, механику и преимущественно физическую астрономию. После возвращения в Россию два года работал под руководством Л. Эйлера, участвовал в переводе на русский язык трудов Л. Эйлера и «Естественной истории» Ж. Бюффона. Адъюнкт Академии (1768), академик Санкт-Петербургской академии наук (1779), академик Российской академии (1785).

Иноходцев был одним из первых русских историков астрономии. Опубликовал работы «О древности, изобретателях и первых началах астрономии» (1779) и «Об Александрийском училище и предшествовавших Иппарху астрономах» (1787, 1788), в которых связывал возникновение и развитие астрономии с практическими потребностями людей, отмечал косность египетской астрономии и высоко оценивал Аристарха как ученого, который еще в III в. до н. э. приблизился к правильному пониманию устройства

Вселенной и ее масштабов. Работы подписывал инициалами «П. И.» (как, например, подписана его статья «Об Александрийском училище» в «Новых ежемесячных сочинениях»).

Протоиерей Каменноостровский Иоанн Красовский

И. Красовский

Иоанн Иоаннович Красовский (1746–1811), сын священника, родился в с. Писцово Ивановской области. Окончил Костромскую духовную семинарию; преподаватель и впоследствии духовник цесаревича Павла I. Член Императорской российской академии, участвовал в составлении и редактировании этимологического словаря, им обработана значительная часть первого тома. Принимал большое участие в составлении «Российской грамматики», ему же академия поручила сочинить подробный «чертеж классической логики». Перевел много сочинений по богословию и церковной истории, отчасти напечатанных в «Новых ежемесячных сочинениях». В LXVIII номере «Сочинений» за март 1791 г. опубликована его статья «Возражение на мнение о бесконечности пространства вселенной» (с. 62–71), включающее рассуждение о математической бесконечности. В апреле–мае 1791 г. опубликовано его большое сочинение о логике, где Красовский анализирует работы математиков и логиков от античности до Декарта.

Об еще одной анонимной статье, возможно, того же автора

Как мы уже упоминали, в XVII части «Новых ежемесячных сочинений» за октябрь 1787 г. на с. 80–83 было опубликовано анонимное «Письмо к Господам издателям новых ежемесячных сочинений». Это письмо начинается с того же обращения «Государи мои!», что и упомянутое нами «Письмо к Господам издателям новых ежемесячных сочинений» в XVII части за 1787 г. о немецком «путешественнике» Фабрициусе и о том, как он обносит русских профессоров, а также о том, что профессор Иноходцев обучал штурманов астрономии. Приведем фрагмент этого письма:

Г. издателям новых ежемесячных сочинений. Государи мои! Недавно читал я на Немецком языке небольшую книжку некоего Фабриция, который, как путешественник, рассказывая о С.петербурге, говорит между прочим об Академии наук, и как Немец, обносит Русских профессоров [*сноска*: издатели не одного мнения с приславшим сие письмо, и отнюдь не думают, чтоб всякий немец обносить Русских был склонен], будто они, и из награды, науки своей Публике преподавать не хотят. Клевета сия, взнесенная на моих одноземцев, тем паче меня тронула, что я сам прошлого лета многократно пользовался публичными лекциями, на которых всегда великое число слушателей. По тому нет нужды доказывать, что Оной Фабриций бессовестно лжет, ибо вся публика знает, сколько трудились для нее г. Профессора как прошлых лет, так и прежде[8]. Но не всякому известно, что один из тех же Профессоров всю прошлую весну и лето обучал астрономии наших штурманов, которые для сей науки присланы были в Академию от Адмиралтейской Коллегии. Я прямо должен сказать, что это был Г. Профессор Иноходцов, которому Коллегия сия изъявляет совершенное свое удовольствие, как из приложенного при сем сообщении явствует [*далее прилагается документ*]... Получено от неизвестного лица.

Это письмо имеет некоторое стилистическое сходство с публикуемой нами статьей, возможно, принадлежит тому же автору. В других номерах этого журнала также есть «Письма к издателям новых ежемесячных сочинений» с обращением «Государи мои!», написанные как будто бы той же рукой. Например, в 1786 г., в ч. III (август), с. 64–74 – письмо о необходимости создания большого толкового словаря[9].

О статье и ее авторе

В журнале «Новые ежемесячные сочинения», Часть XVI, 1787 г. Месяц Октябрь, 90 с. В Санктпетербургѣ. Иждивением Императорской Академïи наук, с. 60–65, опубликована анонимная статья в форме письма в редакцию, представляющая собой первое сочинение по истории отечественной математики. Автор знаком с историей математики других народов и отстаивает древность русских способов счета, а именно метод «богословской ручки» для календарного счета, «бирочного простонародного счета».

---

[8] Здесь: впредь.

[9] В «Письмовнике» Н.Г. Курганова (1-е изд, 1769) имеется небольшой толковый словарь иностранных слов.

Автор знаком с русской и греческой азбукой, используемой в церковном счете. При этом автор употребляет слова «у нас» в смысле у русских, т. е. он, вероятнее всего, –русский православный человек.

Автор знает недостатки славянских учебников для юношества, поэтому счел нужным рассказать, каковы русские обозначения для чисел, превышающих 9000.

Автор знаком с православными духовными книгами. Толкуя название числительного «тьма» (10000), автор говорит о «древних наших летописях», и о Святцах, в которых упоминается о «двух тьмах мучеников».

Автор отсылает нас к «летописцу типографской библиотеки», т. е. к «Типографской летописи» – рукописи «Список Типографской летописи» из собрания Общества любителей древней письменности. Доступ к «Типографской летописи», изданной в 1784 г., могли иметь П.И. Богданович, составлявший каталоги Академической библиотеки, Н.Г. Курганов, описавший Академическую библиотеку в своем «Письмовнике»), С.Я. Румовский и С.К. Котельников, обучавшиеся в Александро-Невской семинарии.

Употребляемое автором написание слова «щотъ» вместо «счетъ» было допустимо, хотя к концу XVIII в. почти вышло из употребления, оставшись в украинском языке. В «Письмовнике» Н.Г. Курганова [Курганов 1793] несколько раз встречается это редкое написание слова «щотъ», например, в разделе «Разныя пословицы»: «Деньги любят щотъ, а хлѣб мѣру»; в других местах: «Для того она согласилась съ своимъ братомъ весьма любящимъ повеселиться на щотъ другаго, заказать столяру сдѣлать къ своему двору новыя ворота равныя старымъ, кои якобы обветшали»; «Колоссъ Родійскій[10] свой смири прегордый видъ, / И Нильскихъ зданія высокихъ пирамидъ / Престаньте болѣе щитаться чудесами!» [Курганов 1793]. Отметим такие черты неизвестного автора, как знание истории античной математики, истории культуры, знание православной канонической литературы и древнерусских рукописей; профессиональную методичность изложения материала, знакомство с учебниками математики, по которым обучают юношество; отстаивание самостоятельности русской культуры. Можно также усмотреть сходство между рассматриваемой нами статьей и приведенным выше анонимным письмом к издателям о «немецком путешествователе Фабрициусе».

Конечно, у нас недостаточно данных, чтобы с уверенностью назвать автора анонимной статьи, но стилистика текста, манера рассказа, тематика аргументов, обращение к греческой культуре

[10] Родосский.

как к источнику русской культуры, употребление некоторых редких слов указывают на Н.Г. Курганова как на наиболее вероятного автора обоих писем в редакцию.

Некоторые пояснения к тексту

«*Славный английский писатель Беде*» – английский бенедиктинский монах Беда Достопочтенный (Досточтимый; Beda Venerabilis, родился между 672–673, умер в 735 г.). Автор трудов по богословию, летосчислению, риторике и грамматике, а также одного из первых изложений английской истории «Церковная история народа англов».

Илиада Омирова – Илиада, написанная Гомером.

Паламид – Паламед (др.-греч. Παλαμήδης) — в древнегреческой мифологии эвбейский герой, сын Навплия и Климены Псевдо-Аполлодор. Изобрел буквы (либо изобрел только 11 букв, в добавление к семи, изобретенным мойрами; по Плинию и Плутарху, добавил 4 буквы к 16).

«*Богословская ручка*» – это древний метод, используемый для проведения календарных расчетов по пальцам рук. В частности, такие расчеты применялись для определения пасхалий (дня пасхи). Известен также как метод «руки Дамаскина», составленный, по преданию греческим богословом Иоанном Дамаскиным (680–760). В России известен под названием «рука богословля» а также «вруцелето», что означает «год в руке» – описан в рукописях XVI в. На основании наблюдений за солнечными и лунными циклами по определенному правилу посредством собственных пальцев и их суставов можно определять дни недели, день пасхи и другие праздники по номеру месяца года. В методе «вруцелето» применяются семь букв (по числу дней недели) из древнерусского алфавита, называемых вруцелетными буквами, которые наносятся на суставы пальцев руки. Это буквы: А (аз), В (веди), Г (глаголь), Д (добро), Е (есть), S (зело) и З (земля). Каждому дню недели в пределах года соответствует своя постоянная буква. Буква, указывающая на воскресные дни, носит название: «вруцелето» [Симонов 2000, Симонов 2002].

Бирочный счёт – старинный способ отмечать на бирках (палочках, дощечках, кусочках кожи или бересты) с помощью зарубок, реже краской, знаки для учета товара или денег. Простые счетные бирки имели по 10 или по 12 зарубок (счет десятками и дюжинами). Использовались бирки и со сложными зарубками, при помощи которых можно было производить расчеты в трех десятичных разрядах. Найдены в Новгороде (более 570 бирок), Тюменской области, Чувашии. Бирочный счёт предшествовал русскому дощаному и косточковому счету [Симонов 2005, Спасский 1952].

Две тьмы мучеников, из «Святцев» – декабрь: «В 28-й день Святых мученик дву тьму, в Никомидии сожженных» («Святцы или церковный месяцеслов»). Это же числительное встречается в Откровении Иоанна Богослова 9:16 «Число конного войска было две тьмы тем; и я слышал число его».

Типографская летопись, или Типографская рукопись – общерусский летописный свод, предположительно составленный в конце 20-х гг. XVI в. в Троице-Сергиевом монастыре, хотя в некоторых списках имеются листы с рассказом о событиях 1480 г. Рукопись хранилась в библиотеке московской Синодальной типографии и была издана в 1784 г., по этому изданию и получила свое название.

Сноски и курсив в тексте принадлежат автору статьи.

Публикация статьи

Новые ежемѣсячныя сочинения. 1787 г. Месяц Октябрь. Часть XVI. В Санктпетербургѣ. Иждивением Императорской Академіи наук. С. 60–65. Автор неизвестен.

Г. издателям при Академии Наук Ежемесячных Сочинений.

Государи мои!

Между первейшими изобретениями человеческого разума полагать должно и изобретение щота. Самая природа влияла в человека средство, и преподала ему способ краткия счисления делать посредством его перстов. Неоспоримым сему доказательством служат все вышшия сложныя счисления, на десятиричном числе основанныя. Праотцы наши, без сумнения в начале сей врожденной человеку способ в счислениях употребляли; доказывают то ясно оставшияся в разговорах наших речения: *щитать, вычислять по пальцам.* Но сей образ счисления доведен у них был вероятно до нарочитой степени совершенства; свидетельствует то и до днесь между простым безграмотным народом употребление *богословской ручки,* руководством коея умеют они вычислять по пальцам числа и дни годовых и церковных праздников.

По мере приращения человеческих понятий возрастала и необходимость приводить в большее совершенство образ счисления. У разных народов выдуманы были разные знаки, которыми означали они щот, превосходящий число их перстов. Остатки таковых знаков видим мы и у нас между простым народом. Разные продавцы означают цену своих товаров разными знаками; яснейшим же сему доказательством служит *бирочной простонародной щот* и вырезываемые на брусках знаки, годовой месяцеслов представляющие.

Изобретение порядочнаго употребления чисел в Греции приписывают некоторые Паламиду; но славный Аглинский писатель Беде неоспоримыми утверждает доводами, что изобретателем онаго был Пифагор. Римляне, сии властители мира, не прежде как по прошествии почти трех столетий от основания Рима, мало по малу чрез сообщение с Греками научилися числа изображать некоторыми буквами их азбуки; до того же времени означали число годов вколачивая ежегодно 13 Сентября в стену храма Юпитера Капитолийскаго медной гвоздь. О буквах Римских и расположении оных к означению чисел говорить нет нужды; оне всем известны; но об образе изображения числительных знаков Греками, от коих и мы сии заимствовали, довлеет сказать обстоятельнее.

Греки троякой способ в означении чисел употребляли. Самой простой и первобытной состоял в том, что каждая по чину азбучному буква означала числа одно за другим следующия: таковое счисление простиралося токмо до 24, как видим мы в счислении книг Илиады Омировой.

Второй образ заключался в том, что весь их букварь разделен был на три стопы. Буквы в первой стопе находящияся означали числа простыя, как то α 1е, β 2е и и проч. буквы второй стопы представляли десятки, на прим. j 10 . κ 20. в третьей же стопе содержимыя изъявляли сотни, как то ρ 100 σ 200; единицы же, десятки и сотни тысячь означаемы были темиже буквами с прибавлением под буквами точки на пр, α̣ 1000

ε̣ 2000 и прочая.

Третий образ счисления означался прописными заглавными буквами тех слов, которыя известное число складом выражали, на пр. I. (ια вместо μια) *один* ∏ (πεντε) *пять*. Δ. (δεκα) *десять*. H (ἑκατον) *сто*. X. (χιλια) *тысяча*. M. (μυϱια) *десять тысяч*. Когда же буква ∏ включала в себе другую какую из сказанных букв, изключая означающую единицу; тогда представляла она число пятерицею умноженное, на прим.

$\overline{|\Delta|}$ 50 $\overline{|H|}$ 500 $\overline{|X|}$ 5000 $\overline{|M|}$ 50000.

Что вторый Греческий способ к означению числительных знаков, основанный на тройственном разделении букв, введен был и у нас с преложением книг церковных, доказывать нет нужды; всякому, кто знает Рускую и Греческую азбуку, довольно сие известно. Ибо самыя теже буквы в церковном щоте у нас выражают числа как и у Греков; теже, кои нужда по выговору Славенскому ввести заставила, из знаков счисления изключаются, как то б, ж, ъ, ы, ь и пр.

Учебныя книги, по коим юношество приучается к чтению книг Славенских, содержат в себе числительные знаки до 9000 простирающиеся[11]; сверх же онаго числа не означено; по сему сочел я стоющим труда чрез ваши издания сообщить названия и знаки чисел сверх 9000 простирающихся.

Как тысяща означаема была первою в азбуке буквою единицу значащею; так и десятитысящное число означаемо было тою же буквою, но обведенною сплошным кругом следующим образом  и называлося *тьмою*[12]. Стотысящное число именуемо было *легеон*[13] и означалося тоюже буквою в круге точками означенною так . Миллионное число называлося *леодор* и изображаемо было тоюже буквою, но двумя кругами точек обведенною . Большее же сего числа выходило из счисления и почиталося безчисленным, а означаемо было знаком птицы и называлося *ворон*, т. е. нет числа безчисленно[14].

Литература

Берков 1952 – *Берков П. Н.* История русской журналистики XVIII века. М.; Л.: Издательство АН СССР, 1952.

Курганов 1793 – *Курганов Н.Г.* Писмовникъ, содержащїй въ себѣ науку россїйскаго языка со многим присовокуплениемъ разнаго учебнаго и полезнозабавнаго вещесловїя. Пятое изданїе вновь выправленное, приумноженное и раздѣленное въ двѣ части, Профессоромъ и Кавалеромъ Николаем Кургановымъ. Въ Санктпетербургѣ: иждивением Императорской Академiи наук, 1793 г. Ч. I. Ч. II.

[11] Хотя в помянутых книгах число 10000 означено следующим знаком:  но нам кажется, что сие произошло от неведения древняго сего числа названия и изображения.

[12] Слово числительное *тьма* обретается на многих местах древних наших летописей; но я в пример приведу ежедневно всеми употребляемую книгу *святцы*, где 28 Декабря о двух тьмах мучеников упоминается.

[13] Откуду у нас принято было сие слово, заподлинно сказать не могу; у Римлян же оно означало полк воинства, в коем в разныя времена разное число было воинов; но число сие никогда не превышало 6100 пеших и 726 конных воинов.

[14] О всех сих знаках и названиях см: летописец типографск. библиот: число 46, 50 и 52.

Неустроев 1874 – *Неустроев А.Н.* Библиографический указатель академического журнала «Новые ежемесячные сочинения» 1786–1796 гг. / Сост. Новорос. ун-та кор. А.Н. Неустроевым. Санкт-Петербург: тип. товарищества «Общественная польза», 1874.

Новые ежемесячныя сочинения 1787 – Новые ежемѣсячныя сочинения. Части XVI–XVIII. Ч. XVI. Месяц Октябрь. В Санктпетербургѣ: при Императорской Академіи наук, 1787.

Пекарский 1867 – *Пекарский П.П.* Редактор, сотрудники и цензура в русском журнале 1755–1764 годов. СПб.: Типография Императорской академии наук, 1867.

Прудников 1956 – *Прудников В.Е.* Русские педагоги-математики XVIII–XIX веков: Пособие для учителей. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения РСФСР, 1956. С. 102–114.

Словарь русского языка XVIII века 1999 – Словарь русского языка XVIII века / Под ред. А.М. Панченко. СПб.: ИРЛИ, 1999.

Симонов 2000 – *Симонов Р.А.* Новые материалы по истории математики Древней Руси // Историко-математические исследования, 2000. Вып. 40. С. 244–271.

Симонов 2002 – *Симонов Р.А.* Об отражении древнерусской календарно-математической культуры в духовной книжности // Историко-математические исследования, 2002. Вып. 42. С. 262–290.

Симонов 2005 – *Симонов Р.А.* Новые материалы по математике Древней Руси // Историко-математические исследования, 2005. Вып. 45. С. 205–244.

Спасский 1952 – *Спасский И.Г.* Происхождение и история русских счетов // Историко-математические исследования. 1952. Вып. 5. С. 269–420.

References

Berkov, P.N. (1952), *Istoriya russkoj zhurnalistiki XVIII veka.* [History of Russian journalism in 18 c.], AN USSR, Moscow, Leningrad, USSR.

Kurganov, N.G. (1793), *Pismovnik, soderzhashchii v sebe nauku rossiiskogo yazyka so mnogim prisovokupleniem raznogo uchebnogo i poleznozabavnogo veshchesloviya. Pyatoe izdanie vnov' vypravlennoe, priumnozhennoe i razdelyonnoe v dve chasti, Professorom i Kavalerom Nikolaem Kurganovym* [A grammar textbook containing the science of the Russian language with many additions of various educational and useful fun things. Fifth edition revised, multiplied and divided into two parts by Professor and Cavalier Nikolai Kurganov], V Sanktpeterburge Izhdiveniem Imperatorskoi Akademii nauk, Saint Petersburg, Russia.

Neustroev, A.N. (1874), *Bibliograficheskii ukazatel' akademicheskogo zhurnala «Novye ezhemesyachnye sochineniya» 1786–1796* [Bibliographic index of the academic journal "New monthly works" 1786–1796], Obshchestvennaya pol'za, Saint-Petersburg, Russia.

Novye (1787), *Novye ezhemъsyachnyya sochineniya. Chasti XVI–XVIII. Ch. XVI Mesyats Oktyabr'* [New monthly works, issues XVI–XVIII, Is. XVI, October], V Sanktpeterburge pri Imperatorskoi Akademii nauk, Saint Petersburg, Russia.

Panchenko, A.M. (ed.) (1999), *Slovar' russkogo yazyka XVIII veka* [Dictionary of the Russian language of the 18th century], IRLI, Saint Petersburg, Russia.

Pekarskii, P.P. (1867), *Redaktor, sotrudniki i cenzura v russkom zhurnale 1755–1764 godov* [Editor, staff and censorship in a Russian journal 1755–1764], Tipografiya Imperatorskoi akademii nauk, Saint Petersburg, Russia.

Prudnikov, V.E. (1956), *Russkie pedagogi-matematiki XVIII–XIX vekov* [Russian teachers-mathematicians of the 18th–19th centuries], Gosudarstvennoe uchebno-pedagogicheskoe izdatel'stvo Ministerstva prosveshcheniya RSFSR, Moscow, USSR.

Simonov, R.A. (2000), "New information on the history of mathematics of Ancient Russia", *Historical and mathematical studies*, issue 40, pp. 244–271.

Simonov, R.A. (2002) "On the reflection of the ancient Russian calendar and mathematical culture in the spiritual literacy", *Historical and mathematical studies*, issue 42, pp. 262–290.

Simonov, R.A. (2005) "New information on the mathematics of Ancient Russia", *Historical and mathematical studies*, issue 45, pp. 205–244.

Spasskii, I.G. (1952), "The origin and history of Russian abacus", *Historical and mathematical studies*, issue 5, pp. 269–420.

Информация об авторах

Галина И. Синкевич, доктор физико-математических наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, Санкт-Петербург, Россия; 190005, Россия, Москва, Вторая Красноармейская ул., д. 4; galina.sinkevich@gmail.com

Ольга В. Соловьева, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, Санкт-Петербург, Россия; 190005, Россия, Москва, Вторая Красноармейская ул., д. 4; sol_ov@mail.ru

Information about the authors

Galina I. Sinkevich, Dr. of Sci. (Mathematics), associate professor, Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint-Petersburg, Russia; Vtoraya Krasnoarmeiskaya Str., bld. 4, St. Petersburg, Russia, 190005; galina.sinkevich@gmail.com

Olga V. Solov'eva, Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint-Petersburg, Russia; Vtoraya Krasnoarmeiskaya Str., bld. 4, St. Petersburg, Russia, 190005; sol_ov@mail.ru

Дизайн обложки
Е.В. Амосова

Корректор
О.Н. Картамышева

Компьютерная верстка
М.Е. Заболотникова

Подписано в печать 21.09.2020.
Формат 60×90 1/16.
Уч.-изд. л. 6,5. Усл. печ. л. 6,8.
Тираж 1050 экз. Заказ № 1105

Издательский центр
Российского государственного
гуманитарного университета
125993, Москва, Миусская пл., 6
www.rggu.ru
www.knigirggu.ru