

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Российский государственный гуманитарный университет»  
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)**

**ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ**

Факультет информационных систем и безопасности  
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

## **ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика  
Направленность (профиль) Прикладная информатика в гуманитарной сфере

Уровень квалификации выпускника - бакалавр

Форма обучения - очная

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2021

## ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Рабочая программа дисциплины

Составители:

Д. пед. н., профессор, зав. кафедрой фундаментальной и прикладной математики

*В.К. Жаров*

кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики

*Викторова Н.Б.*

кандидат физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики *Синицын В.Ю.*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

фундаментальной и прикладной математики

№ 13 от 28.06.21

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

### **1. Пояснительная записка**

1.1 Цель и задачи дисциплины

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

### **2. Структура дисциплины**

### **3. Содержание дисциплины**

### **4. Образовательные технологии**

### **5. Оценка планируемых результатов обучения**

5.1. Система оценивания

5.2. Критерии выставления оценок

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

### **9. Методические материалы**

9.1. Планы практических занятий

## **Приложения**

Приложение 1. Аннотация дисциплины

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков по применению методов дискретной математики в процессе решения прикладных задач.

Задачи дисциплины: ознакомление с различными направлениями и методологией дискретной математики; обучение студентов теории и практике применения методов дискретной математики для поиска и обоснования решений в различных областях экономики и управления.

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	<p><i>Знать:</i> методы теории множеств, математической логики, алгебры высказываний, теории графов, теории автоматов, теории алгоритмов, формулы комбинаторики, индуктивное определение формулы, булевы функции, принцип двойственности, методы построения СДНФ, СКНФ и полинома Жегалкина, определение полноты и замкнутости, понятия изоморфизма и планарности графов.</p> <p><i>Уметь:</i> использовать свойства операций над множествами, строить булевы функции в задачах, которые сформулированы на обычном языке, переводить лингвистические конструкции в логические формулы и наоборот, применять логические формулы для анализа ситуаций, выраженных на обычном языке, определять фундаментальные свойства булевых функций, строить СДНФ и СКНФ, строить многочлен Жегалкина, строить диаграмму Мура для функций, строить граф, соответствующий изучаемой математической задаче, алгебраически распознавать важнейшие свойства графов.</p> <p><i>Владеть:</i> комбинаторным, теоретико-множественным подходами к постановке и решению задач; навыками моделирования прикладных задач методами дискретной математики.</p>
	ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и инженерных знаний, методов математического	<p><i>Знать:</i> методы теории множеств, математической логики, алгебры высказываний, теории графов, теории автоматов, теории алгоритмов, формулы комбинаторики, индуктивное определение формулы, булевы функции, принцип двойственности, методы построения СДНФ, СКНФ и полинома Жегалкина, определение полноты и замкнутости,</p>

	анализа и моделирования	<p>понятия изоморфизма и планарности графов.</p> <p><i>Уметь:</i> использовать свойства операций над множествами, строить булевы функции в задачах, которые сформулированы на обычном языке, переводить лингвистические конструкции в логические формулы и наоборот, применять логические формулы для анализа ситуаций, выраженных на обычном языке, определять фундаментальные свойства булевых функций, строить СДНФ и СКНФ, строить многочлен Жегалкина, строить диаграмму Мура для функций, строить граф, соответствующий изучаемой математической задаче, алгебраически распознавать важнейшие свойства графов.</p> <p><i>Владеть:</i> комбинаторным, теоретико-множественным подходами к постановке и решению задач; навыками моделирования прикладных задач методами дискретной математики.</p>
	ОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	<p><i>Знать:</i> методы теории множеств, математической логики, алгебры высказываний, теории графов, теории автоматов, теории алгоритмов, формулы комбинаторики, индуктивное определение формулы, булевы функции, принцип двойственности, методы построения СДНФ, СКНФ и полинома Жегалкина, определение полноты и замкнутости, понятия изоморфизма и планарности графов.</p> <p><i>Уметь:</i> использовать свойства операций над множествами, строить булевы функции в задачах, которые сформулированы на обычном языке, переводить лингвистические конструкции в логические формулы и наоборот, применять логические формулы для анализа ситуаций, выраженных на обычном языке, определять фундаментальные свойства булевых функций, строить СДНФ и СКНФ, строить многочлен Жегалкина, строить диаграмму Мура для функций, строить граф, соответствующий изучаемой математической задаче, алгебраически распознавать важнейшие свойства графов.</p> <p><i>Владеть:</i> комбинаторным, теоретико-множественным подходами к постановке и решению задач; навыками моделирования прикладных задач методами дискретной математики.</p>
ОПК-6. Способен анализировать и разрабатывать организационно-	ОПК-6.1. Знает основы экономической теории, системного	<p><i>Знать:</i> методы теории множеств, математической логики, алгебры высказываний, теории графов, теории автоматов, теории алгоритмов, формулы</p>

<p>технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования</p>	<p>анализа, математического моделирования</p>	<p>комбинаторики, индуктивное определение формулы, булевы функции, принцип двойственности, методы построения СДНФ, СКНФ и полинома Жегалкина, определение полноты и замкнутости, понятия изоморфизма и планарности графов.  <i>Уметь:</i> использовать свойства операций над множествами, строить булевы функции в задачах, которые сформулированы на обычном языке, переводить лингвистические конструкции в логические формулы и наоборот, применять логические формулы для анализа ситуаций, выраженных на обычном языке, определять фундаментальные свойства булевых функций, строить СДНФ и СКНФ, строить многочлен Жегалкина, строить диаграмму Мура для функций, строить граф, соответствующий изучаемой математической задаче, алгебраически распознавать важнейшие свойства графов.  <i>Владеть:</i> комбинаторным, теоретико-множественным подходами к постановке и решению задач; навыками моделирования прикладных задач методами дискретной математики.</p>
	<p>ОПК-6.2. Умеет применять методы системного анализа, математического моделирования для анализа и разработки организационно-технических и экономических процессов</p>	<p><i>Знать:</i> методы теории множеств, математической логики, алгебры высказываний, теории графов, теории автоматов, теории алгоритмов, формулы комбинаторики, индуктивное определение формулы, булевы функции, принцип двойственности, методы построения СДНФ, СКНФ и полинома Жегалкина, определение полноты и замкнутости, понятия изоморфизма и планарности графов.  <i>Уметь:</i> использовать свойства операций над множествами, строить булевы функции в задачах, которые сформулированы на обычном языке, переводить лингвистические конструкции в логические формулы и наоборот, применять логические формулы для анализа ситуаций, выраженных на обычном языке, определять фундаментальные свойства булевых функций, строить СДНФ и СКНФ, строить многочлен Жегалкина, строить диаграмму Мура для функций, строить граф, соответствующий изучаемой математической задаче, алгебраически распознавать важнейшие свойства графов.  <i>Владеть:</i> комбинаторным, теоретико-множественным подходами к постановке и решению задач; навыками моделирования прикладных задач методами дискретной</p>

		математики.
	ОПК-6.3. Владеет навыками анализа и разработки организационно-технических и экономических процессов с применением методов системного анализа и математического моделирования	<p><i>Знать:</i> методы теории множеств, математической логики, алгебры высказываний, теории графов, теории автоматов, теории алгоритмов, формулы комбинаторики, индуктивное определение формулы, булевы функции, принцип двойственности, методы построения СДНФ, СКНФ и полинома Жегалкина, определение полноты и замкнутости, понятия изоморфизма и планарности графов.</p> <p><i>Уметь:</i> использовать свойства операций над множествами, строить булевы функции в задачах, которые сформулированы на обычном языке, переводить лингвистические конструкции в логические формулы и наоборот, применять логические формулы для анализа ситуаций, выраженных на обычном языке, определять фундаментальные свойства булевых функций, строить СДНФ и СКНФ, строить многочлен Жегалкина, строить диаграмму Мура для функций, строить граф, соответствующий изучаемой математической задаче, алгебраически распознавать важнейшие свойства графов.</p> <p><i>Владеть:</i> комбинаторным, теоретико-множественным подходами к постановке и решению задач; навыками моделирования прикладных задач методами дискретной математики.</p>

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дискретная математика» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана, изучается в **3 семестре**.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин: «Информационные технологии».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Математическая логика».

## 2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 з.е., 76 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 28 ч., промежуточная аттестация 18 ч., самостоятельная работа обучающихся 30 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
		контактная			Самостоятельная работа	
		Лекции	Практические занятия	Промежуточная аттестация		
1	Множества и отношения	1	2		4	Устный опрос

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
		контактная			Самостоятельная работа	
		Лекции	Практические занятия	Промежуточная аттестация		
2	Комбинаторика	1	2		2	Устный опрос
3	Булевы функции	2	8		10	Устный опрос, участие в дискуссии на практическом занятии, контрольная работа
4	Алгебраические структуры	2	4		6	Устный опрос, участие в дискуссии на практическом занятии
5	Элементы теории алгоритмов и теории автоматов	2	4		8	Устный опрос, участие в дискуссии на практическом занятии, коллоквиум
6	Экзамен			18		экзамен по билетам
7	<b>Итого:</b>	<b>8</b>	<b>20</b>	<b>18</b>	<b>30</b>	

### 3. Содержание дисциплины

#### РАЗДЕЛ 1. Множества, отношения.

##### *Множества. Операции над множествами.*

Основные ключевые понятия. Способы задания множеств. Операции над множествами. Диаграммы Венна. Свойства операций над множествами. Равенство множеств. Упорядоченные пары. Декартово произведение множеств. Булеан. Мощность множества. Континуум-гипотеза. Примеры числовых множеств.

##### *Отношения.*

Область определения и область значения отношения. Композиция отношений. Обратное отношение. Рефлексивное, антирефлексивное, симметричное, антисимметричное, транзитивное отношения. Разбиение множества. Отношения эквивалентности. Классы эквивалентности. Отношения частичного порядка. Частично упорядоченное множество. Диаграммы Гессе как графический способ изображения ЧУ-множества. Вполне упорядоченное множество (цепь). Бинарные и тернарные отношения. Замыкание отношения. Функции как частный случай отношений. Инъективное, сюръективное и биективное отображение.

#### РАЗДЕЛ 2. Комбинаторика.

Комбинаторика. Упорядоченные перестановки с повторениями и без повторений. Сочетания. Сочетания с повторениями. Биномиальные коэффициенты. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Метод математической индукции.

#### РАЗДЕЛ 3. Булевы функции.

##### *Элементарные булевы функции.*

Двоичные наборы. Длина, вес и номер набора. Расстояние Хэмминга. N-мерный булев куб. Булевы функции. Функции алгебры логики. Булевы функции одной переменной.



Булевы функции двух переменных. Индуктивное определение формулы. Реализация функций формулами. Строение формулы. Эквивалентные формулы. Таблицы истинности. Принцип суперпозиции. Алгебра булевых функций. Двойственные функции. Принцип двойственности. Фиктивные и существенные переменные. Разложение функции по переменным. Совершенные дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Многочлены И. И. Жегалкина.

***Замкнутые классы и полнота функций алгебры логики.***

Понятие функциональной замкнутости и полноты. Замкнутые классы. Теорема Поста о полноте. Результаты Поста. Начальное представление о  $k$ -значных логиках.

**РАЗДЕЛ 4. Алгебраические структуры.**

***Алгебраические структуры. Операции и алгебры.***

Бинарные операции. Алгебраические структуры. Алгебраические системы. Алгебра с одной операцией: полугруппы, моноиды, группы. Алгебра с двумя операциями: кольца, поля. Морфизмы: гомоморфизм, изоморфизм. Решетки. Ограниченные решетки. Решетка с дополнением. Булевы алгебры.

**РАЗДЕЛ 5. Элементы теории алгоритмов и теории автоматов.**

***Элементы теории алгоритмов и теории автоматов.***

Основные понятия теории автоматов. Способы задания абстрактных автоматов. Элементы теории алгоритмов. Теория рекурсивных функций. Нормальные алгоритмы Маркова. Машина Тьюринга. Тезис Черча-Тьюринга.

**4. Образовательные технологии**

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1	2	3	4
1	Множества, отношения.	Лекции Практические занятия Самостоятельная работа	Лекция-дискуссия Решение и обсуждение вопросов и задач Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
2	Комбинаторика	Лекция Практические занятия Самостоятельная работа	Лекция-дискуссия Решение и обсуждение вопросов и задач Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
3	Булевы функции	Лекции Практические занятия Самостоятельная работа	Лекция-дискуссия Решение и обсуждение вопросов и задач Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
4	Алгебраические структуры	Лекции Практические занятия	Лекция-дискуссия Решение и обсуждение вопросов и задач

		Самостоятельная работа	Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
5	Элементы теории алгоритмов и теории автоматов	Лекции	Лекция-дискуссия
		Практические занятия	Решение и обсуждение вопросов и задач
		Самостоятельная работа	Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1. Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- опрос;	5 баллов	30 баллов
- участие в дискуссии на практических занятиях	5 баллов	10 баллов
- контрольная работа (тема 3);	10 баллов	10 баллов
- коллоквиум	10 баллов	10 баллов
Промежуточная аттестация (экзамен по билетам)		40 баллов
Итого за семестр (дисциплину) Экзамен		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала	Шкала ECTS	
95 – 100	отлично	A	
83 – 94		B	
68 – 82	хорошо	зачтено	
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	FX	
0 – 19		не зачтено	F

### 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	«отлично»	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной,

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		сформированы на уровне – «высокий».
82-68/ С	«хорошо»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	«удовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	«неудовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### Текущий контроль

*Примерные вопросы к коллоквиуму:*

1. Двоичные наборы,  $n$ -мерный булев куб. Соседние и противоположные наборы. Вес, номер и длина набора. Расстояние Хэмминга.
2. Определение функции алгебры логики. Количество всех булевых функций от  $n$  переменных.
3. Способы и формы задания булевых функций.
4. Элементарные булевы функции.
5. Принцип суперпозиции.
6. Строение формулы (специальный граф, являющийся обычно ориентированным). Формулы, имеющие одинаковое строение.
7. Эквивалентность булевых функций.
8. Двойственные функции. Самодвойственные функции. Принцип двойственности.
9. Фиктивные и существенные переменные.
10. СДНФ булевой функции .
11. СКНФ булевой функции.
12. Полином Жегалкина.
13. Представимость произвольной булевой функции единственным образом в виде полинома Жегалкина. Метод неопределенных коэффициентов.
14. Множества. Способы задания. Конечные и бесконечные множества. Универсальное множество. Пустое множество.
15. Операции над множествами.
16. Диаграммы Венна.
17. Отношения. Область определения и область значения. Обратные отношения. Суперпозиция отношений.
18. Отношение эквивалентности.

***Примерный вариант контрольной работы:***

Контрольная работа. Теория множеств. Отношения.  
 Метод математической индукции. Булевские функции.  
 Вариант 15

1.  $A = (-3, 4]$ ,  $B = (0, 6)$ ,  $U = [-3, 6]$ . Найти множества  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  
 $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A'$ ,  $B'$ ,  $A \Delta B$ ,  $A \times B$ ,  $B \times A$ ,  
 $A \times \emptyset$ ,  $A \times A$ ,  $B \times B$ ,  
 $A' \times B'$  и изобразить их на плоскости.
2. Показать на диаграмме Вена, что  
 $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (C \setminus A)$ .
3. Найти множество всех подмножеств множества  $A = \{\square, \heartsuit, \star\}$ .
4.  $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ . Запишите бинарное отношение  $R$ ,  
 заданное на  $A$ , как множество упорядоченных пар, если  
 $xRy \Leftrightarrow |x| + |y| = 3$ .
5.  $R$  и  $S$  - бинарные отношения, заданные на множестве  
 натуральных чисел  $N$ . Отношение  $R = \{(x, x + 1), x \in N\}$ .  
 Найти  $S \circ R$ ,  $R \circ S$ ,  $R \circ R$ ,  $S \circ S$ .
6. Используя метод математической индукции, доказать, что для любого на-  
 турального числа  $n$  имеем  

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1.$$
7. Найти номер, длину и вес двоичного набора  

$$\tilde{\alpha} = (0 \overbrace{1 \dots 1}^{2m} \overbrace{0 \dots 0}^{2m} 1), m \geq 1$$
8. Построив таблицы истинности функций, реализуемых формулами  $U$  и  $V$ ,  
 выяснить, эквивалентны ли формулы  $U = x | (y \downarrow z)$  и  $V = (x | y) \downarrow (x | z)$ .
9. Построить диаграмму, характеризующую строение формулы над множе-  
 ством символов  $\Phi = \{\oplus, \downarrow, \rightarrow\}$   
 $A = ((z \oplus y) \downarrow (x \rightarrow (y \rightarrow z)))$ .
10. Используя определение, найти двойственную функцию к функции  
 $f = x | y$ .
11. Перечислить все фиктивные и существенные переменные функции  $f$ , за-  
 данной своим двоичным набором  
 $\tilde{\alpha}_f = (10100000)$ .

12. Найти СДНФ, СКНФ и полином Жегалкина для функции

$$f = x \wedge (y \rightarrow (\neg z)).$$

### Промежуточная аттестация

#### Примерные контрольные вопросы по курсу:

1. Множества. Способы задания множеств. Равенство множеств. Подмножество. Множество всех подмножеств. Диаграммы Эйлера-Венна.
2. Операции над множествами. Свойства операций над множествами.
3. Отношение. Обратные отношения. Композиция отношений.
4. Отношение эквивалентности.
5. Элементы комбинаторики. Упорядоченные и неупорядоченные (n,r)-выборки. Перестановки с повторениями и без повторений.
6. Сочетания с повторениями и без повторений. Правило произведения и сложения. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.
7. Высказывания. Логические операции. Равносильность формул.
8. Понятие формулы.
9. Определение двоичного набора. Вес, номер и длина набора.
10. Элементарные булевские функции. Способы задания булевских функций. Строение формулы.
11. Основные эквивалентности для функций алгебры логики.
12. Двойственные функции. Принцип двойственности.
13. Разложение булевских функций по m переменным. СДНФ. СКНФ.
14. Единственность представления произвольной булевой функции в виде полинома Жегалкина.
15. Операция суперпозиции. Замыкание. Замкнутые множества булевских функций.
16. Основные замкнутые классы.
17. Полные системы.
18. Теорема Поста.
19. Предполные классы. Базисы.
20. Общее представление о k-значных логиках.21.
21. Алгебраические структуры. Группы. Кольца. Поля.
22. Конечный автомат.
23. Машина Тьюринга.
24. Нормальные алгоритмы Маркова.
35. Рекурсивные функции.

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

#### 6.1. Список источников и литературы

##### Литература

##### Основная

1. Аляев Ю.А. Дискретная математика и математическая логика: учебник/ Ю.А. Аляев, С.Ф.Тюрин.- М.: Финансы и статистика, 2006. – 364 с.
2. Гаврилов Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике/ Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. - Изд. 3-е, перераб. - М.: Физматлит, 2009. - 416 с.
3. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику: учеб. пособие для вузов. – М.: Высш.шк., 2008.- 384 с.

*Дополнительная*

1. Кук Джемс. Компьютерная математика: Пер. с англ./ Кук Джемс, Бейз Г.- М.: Наука, 1990. - 383 с.
2. Акимов О. Е. Дискретная математика: логика, группы, графы / О. Е. Акимов. - Изд. 2-е, доп. - М.: Лаб. базовых знаний, 2003. - 376 с.

## 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Сайт кафедры дискретной математики МГУ. - <http://new.math.msu.su/department/dm/>
2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС)

Таблица 2

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2021 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2021 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для материально-технического обеспечения дисциплины необходимы:

- учебная аудитория,
- доска,
- проектор (стационарный или переносной),
- компьютер или ноутбук,
- программное обеспечение (ПО).

### Перечень программного обеспечения (ПО)

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
3	Платформа ZOOM	ZOOM	лицензионное

## 8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;

- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
- для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
- письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
  - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
  - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
  - в печатной форме увеличенным шрифтом;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
  - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
  - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
  - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:



- автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
- акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
  - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы

### 9.1. Планы практических занятий

#### Тема 1. Множества и отношения (2ч.)

*Вопросы и задачи для обсуждения:* операции над множествами, отношения.

*Контрольные вопросы:*

1. Какие вы знаете способы задания множеств?
2. Что такое подмножество?
3. Какие основные операции выполняются над множествами?
4. Что такое диаграмма Эйлера-Венна?
5. Какие свойства операций над множествами вы знаете?
6. Какие множества называются равными?
7. Дайте определение упорядоченной пары.
8. Дайте определение декартового произведения множеств.
9. Что такое булеан?
10. Дайте определение отношения.
11. Дайте определение бинарного отношения.
12. Сколько всего существует отношений в  $A \times B$ ?
13. Как определяется область определения и область значения произвольного отношения?
14. Что такое обратное отношение к заданному отношению?
15. Дайте определение композиции отношений.
16. Обладает ли композиция отношений свойствами коммутативности и ассоциативности?
17. Дайте определение рефлексивного отношения.
18. Дайте определение симметричного отношения.
19. Дайте определение транзитивного отношения.
20. Дайте определение антисимметричного отношения.
21. Как определяется рефлексивное замыкание бинарного отношения?
22. Как определяется симметричное замыкание бинарного отношения?
23. Как определяется транзитивное замыкание бинарного отношения?
24. Что называется частично упорядоченным множеством?
25. Как определяется вполне упорядоченное множество (цепь)?
26. Какое отношение называется отношением эквивалентности?
27. Как определяется класс эквивалентности?
28. Что называется разбиением множества?
29. Дать определение отношения частичного порядка, частично упорядоченного множества, диаграммы Гессе, вполне упорядоченного множества
30. Как определяется функция как частный случай отношений? Что такое инъективное, сюръективное и биективное отображение?

Список литературы:

*Основная литература*

Аляев Ю.А. Дискретная математика и математическая логика: учебник/ Ю.А. Аляев, С.Ф.Тюрин.- М.: Финансы и статистика, 2006. – С.11-16.

*Дополнительная литература*

Акимов О. Е. Дискретная математика: логика, группы, графы / О. Е. Акимов. - Изд. 2-е, доп. - М.: Лаб. базовых знаний, 2003. - С. 9-12.

## Тема 2. Комбинаторика (2ч.)

*Вопросы и задачи для обсуждения:* задачи выбора и расположения элементов некоторого конечного множества в соответствии с заданными свойствами

*Контрольные вопросы:*

1. Дайте определение упорядоченных перестановок с повторениями и без повторений. По какой формуле они вычисляются?
2. Дайте определение сочетаний с повторениями и без повторений. По какой формуле они вычисляются?
3. Свойства биномиальных коэффициентов.
4. Треугольник Паскаля.
5. Метод математической индукции.

Список литературы:

*Основная*

Яблонский С.В. Введение в дискретную математику: учеб. пособие для вузов. – М.: Высш.шк., 2008.- С.171-173

Гаврилов Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике/ Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. - Изд. 3-е, перераб. - М.: Физматлит, 2009. – С.253

Аляев Ю.А. Дискретная математика и математическая логика: учебник/ Ю.А. Аляев, С.Ф.Тюрин.- М.: Финансы и статистика, 2006. – С.39-56.

## Тема 3. Булевы функции (8ч.)

*Вопросы и задачи для обсуждения:* свойства булевых функций, замкнутые классы булевых функций и критерий полноты системы

*Контрольные вопросы:*

1. Что называется булевой функцией?
2. Что называется двоичным набором, n-мерным булевым кубом? Какие наборы называются соседними и противоположными? Что такое вес, номер и длина набора? Что такое расстояние Хэмминга?
- 3.Что называется функцией алгебры логики? Каково общее количество всех булевых функций от n переменных?
- 4.Какие вы знаете способы и формы задания булевых функций?
- 5.Какие вы знаете элементарные булевы функции?
- 6.Что такое принцип суперпозиции?
- 7.Как определяется строение формулы (специальный граф, являющийся обычно ориентированным)? Приведите пример формул, имеющих одинаковое строение.
- 8.Дайте определение эквивалентности формул.
9. Какие функции называются двойственными? Самодвойственными? В чем заключается принцип двойственности?
- 10.Дайте определение фиктивных и существенных переменных.
11. Как построить СДНФ булевой функции?
- 12.Как построить СКНФ булевой функции?
- 13.Как построить полином Жегалкина?
- 14.Что такое замыкание множества булевых функций? Какие вы знаете свойства замыкания? Какое множество называется замкнутым множеством булевых функций?
- 15.Какая система называется полной системой в P2? Как проводить исследование на полноту системы функций сведением к заведомо полной системе? Какие вы знаете примеры полных систем?
- 16.Что такое класс T0? Какова мощность этого класса?
- 17.Как определяется класс T1? Является ли замкнутым класс T1? Какова мощность класса?

18. Как определяется класс  $L$ ? Является ли замкнутым класс  $L$ ?
19. Является ли замкнутым класс  $S$ ? Является ли замкнутым класс  $S$ ?
20. Является ли замкнутым класс  $M$ ?
21. Как формулируется теорема Поста о полноте системы функций алгебры логики?
22. Как определяется базис функций в  $P^2$ ?

Список литературы:

*Основная:*

Яблонский С.В. Введение в дискретную математику: учеб. пособие для вузов. – М.: Высш.шк., 2008.- С.9-42.

Гаврилов Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике/ Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. - Изд. 3-е, перераб. - М.: Физматлит, 2009. - С.9-80.

#### **Тема 4. Алгебраические структуры (4ч.)**

*Вопросы и задачи для обсуждения:*

1. Показать, что множество с бинарной операцией образует группу.
2. Показать, что перестановки с естественной операцией умножения образуют группу.
3. Показать, что множество невырожденных квадратных матриц порядка  $n$  с естественной операцией умножения образуют группу.
4. Проверить, является ли множество с двумя бинарными операциями кольцом.
5. Проверить, являются ли группы изоморфными.

*Контрольные вопросы:*

1. Дайте определение бинарной операции?
2. Что называется алгебраической структурой?
3. Что называется алгебраической системой?
4. Какие вы знаете алгебры с одной операцией?
5. Какое отличие моноида от группы?
6. Какие вы знаете алгебры с двумя операциями?
7. Дайте определение морфизмов: гомоморфизма и изоморфизма?
8. Что называется решеткой?
9. Дайте определение булевой алгебры?
10. Приведите примеры булевых алгебр.

Список литературы:

*Дополнительная:*

Кук Джемс. Компьютерная математика: Пер. с англ./ Кук Джемс, Бейз Г.- М.: Наука, 1990. - С.139

#### **Тема 5. Элементы теории алгоритмов и теории автоматов (4ч.)**

*Вопросы и задачи для обсуждения:*

1. Основные понятия теории автоматов.
2. Способы задания абстрактных автоматов.
3. Элементы теории алгоритмов.
4. Теория рекурсивных функций.
5. Нормальные алгоритмы Маркова.
6. Машина Тьюринга. Тезис Черча-Тьюринга.

*Контрольные вопросы:*

1. Что называется машиной Тьюринга?
2. Какие операции можно производить над МТ?
3. Какие функции называются вычислимыми?
4. Выяснить, применима ли машина Тьюринга  $T$ , задаваемая программой  $P$ , к слову  $R$ . Если применима, то выписать результат применения машины  $T$  к слову  $R$ .

Список литературы:

*Основная*

Гаврилов Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике/ Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. - Изд. 3-е, перераб. - М.: Физматлит, 2009.- С.178-203.

## АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Дискретная математика» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков по применению методов дискретной математики в процессе решения прикладных задач. Задачи: ознакомление с различными направлениями и методологией дискретной математики; обучение студентов теории и практике применения методов дискретной математики для поиска и обоснования решений в различных областях экономики и управления.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;
- ОПК-6. Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:* методы теории множеств, математической логики, алгебры высказываний, теории графов, теории автоматов, теории алгоритмов, формулы комбинаторики, индуктивное определение формулы, булевы функции, принцип двойственности, методы построения СДНФ, СКНФ и полинома Жегалкина, определение полноты и замкнутости, понятия изоморфизма и планарности графов.

*Уметь:* использовать свойства операций над множествами, строить булевы функции в задачах, которые сформулированы на обычном языке, переводить лингвистические конструкции в логические формулы и наоборот, применять логические формулы для анализа ситуаций, выраженных на обычном языке, определять фундаментальные свойства булевых функций, строить СДНФ и СКНФ, строить многочлен Жегалкина, строить диаграмму Мура для функций, строить граф, соответствующий изучаемой математической задаче, алгебраически распознавать важнейшие свойства графов.

*Владеть:* комбинаторным, теоретико-множественным подходами к постановке и решению задач; навыками моделирования прикладных задач методами дискретной математики.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 2 зачетные единицы.