

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Российский государственный гуманитарный университет»
(ФГБОУ ВО «РГУГУ»)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ
Факультет информационных систем и безопасности
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика
Направленность (профиль) Математика информационных сред

Уровень квалификации выпускника - бакалавр
Форма обучения - очная

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями
здоровья и инвалидов

Москва 2019

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Рабочая программа дисциплины

Составитель(и):

кандидат физ.-мат. наук, доц., доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики *Синицын В.Ю.*,
доктор пед. наук, проф., заведующий кафедрой фундаментальной и прикладной математики *Жаров В.К.*

Ответственный редактор

доктор пед. наук, проф., заведующий кафедрой фундаментальной и прикладной математики *Жаров В.К.*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры
фундаментальной и прикладной математики
№ 13 от 28.06.19

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка

1.1 Цель и задачи дисциплины

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

2. Структура дисциплины

3. Содержание дисциплины

4. Образовательные технологии

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

5.2. Критерии выставления оценок

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

9. Методические материалы

9.1. Планы практических занятий

9.2. Методические рекомендации по подготовке письменных работ

Приложения

Приложение 1. Аннотация дисциплины

Приложение 2. Лист изменений

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: сформировать у будущих специалистов по прикладной математике базовые представления о методах математической физики и их приложениях в различных областях научных исследований и инженерной практики. Особое значение имеет знакомство с методами, наиболее часто применяемыми на практике при решении уравнений с частными производными, таких, например, как метод разделения переменных, метод интегральных преобразований, метод конечных разностей и вариационные методы.

Задачи дисциплины: познакомить студентов с классическими уравнениями математической физики: колебаний, диффузии, переноса, гидродинамики, Максвелла, Шредингера, а также с методами их решения, сформировать у слушателей элементарные навыки математического моделирования с использованием современных математических пакетов прикладных программ.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1. Знает и определяет области реализации фундаментальных понятий и владеет опытом адаптации текущих задач к формальным теориям;	<p><i>Знать:</i> основные типы уравнений математической физики и методы их вывода из физических моделей; методы точного решения базовых уравнений математической физики</p> <p><i>Уметь:</i> производить оценку качества полученных решений прикладных задач; решать уравнения с частными производными первого порядка, уравнения диффузии (теплопроводности), волновое и Гельмгольца с постоянными коэффициентами, уравнение Шредингера для одномерного осциллятора</p> <p><i>Владеть:</i> классическими методами решения уравнений математической физики (характеристик, разделения переменных, преобразования Фурье, отражения, функции Грина) при анализе математических моделей реальных систем; навыками математической формализации прикладных задач; анализа и интерпретации решений соответствующих моделей</p>
	ОПК-1.2. Осуществляет поиск математических методов и умеет использовать необходимый теоретический материал для решения поставленных проблем;	<p><i>Знать:</i> основные типы уравнений математической физики и методы их вывода из физических моделей; методы точного решения базовых уравнений математической физики</p> <p><i>Уметь:</i> производить оценку качества полученных решений прикладных задач; решать уравнения с частными производными первого порядка, уравнения диффузии (теплопроводности), волновое и Гельмгольца с постоянными коэффициентами, уравнение Шредингера для</p>

		одномерного осциллятора <i>Владеть:</i> классическими методами решения уравнений математической физики (характеристик, разделения переменных, преобразования Фурье, отражения, функции Грина) при анализе математических моделей реальных систем; навыками математической формализации прикладных задач; анализа и интерпретации решений соответствующих моделей
	ОПК-1.3. Владеет методами формализации естественнонаучных задач.	<i>Знать:</i> основные типы уравнений математической физики и методы их вывода из физических моделей; методы точного решения базовых уравнений математической физики <i>Уметь:</i> производить оценку качества полученных решений прикладных задач; решать уравнения с частными производными первого порядка, уравнения диффузии (теплопроводности), волновое и Гельмгольца с постоянными коэффициентами, уравнение Шредингера для одномерного осциллятора <i>Владеть:</i> классическими методами решения уравнений математической физики (характеристик, разделения переменных, преобразования Фурье, отражения, функции Грина) при анализе математических моделей реальных систем; навыками математической формализации прикладных задач; анализа и интерпретации решений соответствующих моделей

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин (модулей): «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Теория вероятностей», «Математическая логика», «Программные и аппаратные средства информатики».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Математические основы современной физики», «Исследование операций», «Численные методы», «Математическое моделирование», «Имитационное моделирование случайных процессов», «Теория систем и системный анализ», «Программные средства научных исследований», «Теория информации», «Основы криптографии», «Квантовые вычисления и квантовая криптография», «Методы принятия решений».

2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 56 ч., промежуточная аттестация 18 ч., самостоятельная работа обучающихся 70 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная		Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия			
1	Основные уравнения математической физики	4	6	8		10	Опрос Реферат
2	Уравнения гиперболического типа	4	6	8		20	Опрос Расчётно-графическая работа №1
3	Уравнения параболического типа	4	6	8		20	Опрос Расчётно-графическая работа №2
4	Уравнения эллиптического типа	4	6	8		20	Опрос Контрольная работа
	Экзамен	4			18		Ответы на вопросы билета Итоговая контрольная работа
	Итого:		24	32	18	70	

3. Содержание дисциплины

Тема 1. Основные уравнения математической физики.

Понятие дифференциального уравнения с частными производными и его решения. Системы уравнений с частными производными. Линейные, квазилинейные, однородные и неоднородные уравнения. Принцип суперпозиции решений. Волновое уравнение. Уравнение теплопроводности. Уравнение диффузии. Уравнение Лапласа. Классификация уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. Замена независимых переменных. Уравнения характеристик. Канонические формы уравнений. Классификация уравнений второго порядка со многими независимыми переменными в точке. Характеристические поверхности. Постановка основных краевых задач для дифференциального уравнения второго порядка. Классификация краевых задач. Задача Коши. Краевая задача для уравнений эллиптического типа. Смешанная задача. Корректность постановки задач математической физики. Теорема Ковалевской. Пример Адамара.

Тема 2. Уравнения гиперболического типа.

Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Постановка краевых задач. Интеграл энергии. Вывод уравнения малых продольных колебаний стержня. Постановка краевых задач. Интеграл энергии. Задача Коши для волнового уравнения с одной пространственной переменной. Бегущие волны. Формула Даламбера и ее геометрический смысл. Корректность постановки задачи Коши. Краевые задачи для волнового уравнения на полупрямой. Их решение с помощью формулы Даламбера. Метод разделения переменных на примере уравнения малых поперечных колебаний струны. Стоячие волны. Уравнение свободных колебаний струны. Неоднородное уравнение. Общая первая краевая задача. Условия применимости метода Фурье решения краевой задачи для волнового уравнения. Волновое уравнение с двумя

пространственными переменными. Формула Пуассона. Волновое уравнение с тремя пространственными переменными. Формула Кирхгофа. Общее линейное уравнение второго порядка гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Функция Римана. Задача Гурса. Задача Коши. Применение интегральных преобразований к задачам для дифференциальных уравнений с частными производными. Понятие преобразований Лапласа, Фурье и Меллина. Применение преобразования Фурье при построении глобального решения задачи Коши для уравнения колебаний струны.

Тема 3. Уравнения параболического типа.

Вывод уравнения теплопроводности в трехмерном случае. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности, уравнения Лапласа и уравнения Пуассона. Одномерное уравнение теплопроводности. Постановка краевых задач. Принцип максимума. Теорема единственности решения первой краевой задачи. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности. Однородная краевая задача. Функция мгновенного источника. Неоднородное уравнение теплопроводности. Общая первая краевая задача. Постановка задачи Коши-Дирихле и доказательство существования ее решения. Единственность и устойчивость решения задачи Коши-Дирихле. Краевые задачи для полуограниченной прямой. Распространение тепла в пространстве. Фундаментальное решение. Решение задачи Коши. Распространение тепла в ограниченных телах. Остывание однородного шара. Распространение тепла в прямоугольной пластине. Метод конечных разностей. Конечно-разностная замена уравнений с частными производными. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности. Задача Дирихле для уравнения Лапласа.

Тема 4. Уравнения эллиптического типа.

Уравнения Лапласа и Пуассона в пространстве. Теорема максимума. Фундаментальное решение. Формула Грина. Потенциалы объема, простого слоя и двойного слоя. Их свойства. Основные свойства гармонических функций. Теорема о среднем арифметическом. Поведение гармонических функций на бесконечности. Уравнение Пуассона в пространстве. Ньютонов потенциал. Теорема единственности. Построение решения уравнения Пуассона. Решение задачи Дирихле для шара. Функция Грина для задачи Дирихле. Задачи Дирихле и Неймана для полупространства. Теоремы единственности решений задач Дирихле и Неймана. Построение решений задач Дирихле и Неймана. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям. Постановка задач и единственность их решений. Интегральные уравнения для краевых задач. Уравнения Лапласа и Пуассона на плоскости. Основные задачи. Логарифмический потенциал. Теоремы Фредгольма и решение задач Дирихле и Неймана.

4. Образовательные технологии

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1	2	3	4
1	Основные уравнения математической физики	Лекции 1-3 Практические занятия 1-4 Самостоятельная	Вводная лекция с использованием видеоматериалов и ресурсов сети Интернет, лекция с применением проектора Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет,

		работа	решение задач
2	Уравнения гиперболического типа	Лекции 4-6 Практические занятия 5-8 Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
3	Уравнения параболического типа	Лекции 7-9 Практические занятия 9-12 Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
4	Уравнения эллиптического типа	Лекции 10-12 Практические занятия 13-16 Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением ИКТ Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль: - опрос - реферат - расчётно-графическая работа - контрольная работа	2 балла 10 баллов 15 баллов 10 баллов	10 баллов 10 баллов 30 баллов 10 баллов
Промежуточная аттестация: - ответы на вопросы билета - итоговая контрольная работа		20 баллов 20 баллов
Итого за семестр (дисциплину) Экзамен		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67			D
50 – 55	удовлетворительно	не зачтено	E
20 – 49	неудовлетворительно		FX
0 – 19			F

5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A, B	«отлично»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	«хорошо»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D, E	«удовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F, FX	«неудовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		<p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Текущий контроль

Примерные вопросы для опроса см. п.9.1 Планы практических занятий, контрольные вопросы

Примерные задания для расчётно-графической работы №1 по теме «Уравнения гиперболического типа»:

ВАРИАНТ 1

Пять задач из книги:

Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будаков, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Глава I § 1 № 11, Глава II § 1 № 21, Глава II § 2 № 61, Глава II § 3 № 141, Глава II § 4 № 178.

Примерные задания для расчётно-графической работы №2 по теме «Уравнения параболического типа»:

ВАРИАНТ 1

Пять задач из книги:

Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будаков, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Глава III § 1 № 4, Глава III § 2 № 38, Глава III § 2 № 41, Глава III § 3 № 58, Глава III § 3 № 81.

Примерные задания для контрольной работы по теме «Уравнения эллиптического типа»:

ВАРИАНТ 1

Пять задач из книги:

Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будаков, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Глава IV § 1 № 6, Глава IV § 2 № 14(г), Глава IV § 3 № 44, Глава IV § 4 № 68, Глава IV § 5 № 158.

Примерная тематика рефератов

1. Применение преобразования Лапласа в математической физике. Задача о продольных колебаниях полубесконечного стержня.
2. Применение преобразования Лапласа в математической физике. Задача о продольных колебаниях конечного стержня.
3. Применение преобразования Лапласа в математической физике. Задача о нагреве полубесконечного тела.
4. Применение преобразования Лапласа в математической физике. Задача о движении заряженной частицы в магнитном поле.
5. Специальные функции математической физики. Эйлеровы интегралы.
6. Специальные функции математической физики. Гамма-функция. Бета-функция.
7. Специальные функции математической физики. Функции Бесселя и Неймана.
8. Специальные функции математической физики. Функции Ганкеля.
9. Специальные функции математической физики. Многочлены Лежандра.
10. Специальные функции математической физики. Многочлены Чебышева-Эрмита.
11. Специальные функции математической физики. Многочлены Чебышева-Лагерра.
12. Специальные функции математической физики. Многочлены Якоби.
13. Специальные функции математической физики. Сферические функции.
14. Специальные функции математической физики. Гипергеометрические функции.
15. Интегральные уравнения в математической физике. Классы интегральных уравнений, допускающих явное решение.
16. Интегральные уравнения в математической физике. Уравнения Вольтерра первого рода с ядром, зависящим от разности.
17. Интегральные уравнения в математической физике. Уравнения Вольтерра второго рода с ядром, зависящим от разности.
18. Интегральные уравнения в математической физике. Уравнения Фредгольма с ядром, зависящим от разности.
19. Интегральные уравнения в математической физике. Уравнения Фредгольма с ядрами, зависящими от суммы и произведения.
20. Интегральные уравнения в математической физике. Уравнения Фредгольма с вырожденным ядром.
21. Интегральные уравнения в математической физике. Уравнения Фредгольма с симметричным ядром.
22. Интегральные уравнения в математической физике. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению.
23. Уравнение Гамильтона-Якоби.
24. Интегральные уравнения в математической физике. Сведение плоской задачи гидродинамики к уравнению Фредгольма.
25. Колебания прямоугольного параллелепипеда.
26. Примеры некорректных задач математической физики.
27. Решение задач математической физики в системе MathCAD.
28. Решение задач математической физики в системе Mathematica.
29. Решение задач математической физики в системе Maple.
30. Решение задач математической физики в системе MatLab.

Промежуточная аттестация (экзамен)

Контрольные вопросы по дисциплине:

1. Понятие дифференциального уравнения с частными производными и его решения. Линейные и квазилинейные уравнения. Принцип суперпозиции решений.
2. Волновое уравнение. Уравнение теплопроводности. Уравнение диффузии. Уравнение Лапласа.
3. Классификация уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. Уравнения характеристик. Канонические формы уравнений.
4. Классификация уравнений второго порядка со многими независимыми переменными в точке. Характеристические поверхности.
5. Постановка основных краевых задач для дифференциального уравнения второго порядка. Классификация краевых задач. Задача Коши.
6. Краевая задача для уравнений эллиптического типа. Смешанная задача. Корректность постановки задач математической физики. Теорема Ковалевской. Пример Адамара.
7. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Постановка краевых задач. Интеграл энергии.
8. Вывод уравнения малых продольных колебаний стержня. Постановка краевых задач. Интеграл энергии.
9. Задача Коши для волнового уравнения с одной пространственной переменной. Бегущие волны. Формула Даламбера и ее геометрический смысл.
10. Краевые задачи для волнового уравнения на полупрямой. Их решение с помощью формулы Даламбера.
11. Метод разделения переменных на примере уравнения малых поперечных колебаний струны. Стоячие волны. Уравнение свободных колебаний струны. Неоднородное уравнение. Общая первая краевая задача. Условия применимости метода Фурье решения краевой задачи для волнового уравнения.
12. Волновое уравнение с двумя пространственными переменными. Формула Пуассона.
13. Волновое уравнение с тремя пространственными переменными. Формула Кирхгофа.
14. Общее линейное уравнение второго порядка гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Функция Римана. Задача Гурса. Задача Коши.
15. Применение интегральных преобразований к задачам для дифференциальных уравнений с частными производными. Понятие преобразований Лапласа, Фурье и Меллина.
16. Применение преобразования Фурье при построении глобального решения задачи Коши для уравнения колебаний струны.
17. Вывод уравнения теплопроводности в трехмерном случае. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности, уравнения Лапласа и уравнения Пуассона.
18. Одномерное уравнение теплопроводности. Постановка краевых задач. Принцип максимума. Теорема единственности решения первой краевой задачи.
19. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности. Однородная краевая задача. Функция мгновенного источника. Неоднородное уравнение теплопроводности. Общая первая краевая задача.
20. Постановка задачи Коши-Дирихле и доказательство существования ее решения. Единственность и устойчивость решения задачи Коши-Дирихле. Краевые задачи для полуограниченной прямой.
21. Распространение тепла в пространстве. Фундаментальное решение. Решение задачи Коши. Распространение тепла в ограниченных телах. Остывание однородного шара.
22. Метод конечных разностей. Конечно-разностная замена уравнений с частными производными. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности. Задача Дирихле для уравнения Лапласа.

23. Уравнения Лапласа и Пуассона в пространстве. Теорема максимума. Фундаментальное решение. Формула Грина. Потенциалы объема, простого слоя и двойного слоя. Их свойства.
24. Основные свойства гармонических функций. Теорема о среднем арифметическом. Поведение гармонических функций на бесконечности.
25. Уравнение Пуассона в пространстве. Ньютонов потенциал. Теорема единственности. Построение решения уравнения Пуассона.
26. Решение задачи Дирихле для шара. Функция Грина для задачи Дирихле.
27. Задачи Дирихле и Неймана для полупространства. Теоремы единственности решений задач Дирихле и Неймана. Построение решений задач Дирихле и Неймана.
28. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям. Постановка задач и единственность их решений. Интегральные уравнения для краевых задач.
29. Уравнения Лапласа и Пуассона на плоскости. Основные задачи. Логарифмический потенциал.
30. Теоремы Фредгольма и решение задач Дирихле и Неймана.

Примерные задания для итоговой контрольной работы:

ВАРИАНТ 1

Пять задач из книги:

Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будаков, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Глава I § 1 № 4, Глава II § 1 № 20, Глава II § 3 № 110, Глава III § 2 № 24, Глава IV § 4 № 84.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

Литература

Основная

1. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики: учебник для студентов физ.-мат. специальностей ун-тов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский; МГУ им. М. В. Ломоносова. - 7-е изд. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2004: Наука. – 798 с.: рис. - (Классический университетский учебник).

Дополнительная

1. Байков В. А. Уравнения математической физики : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. А. Байков, А. В. Жибер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 255 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02925-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/414953> (дата обращения: 16.11.2019).
2. Владимиров В. С. Уравнения математической физики: Учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - 2-е изд., стер. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 400 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/169279>
3. Лесин В. В. Уравнения математической физики : учеб. пособие / В. В. Лесин. — М.: КУРС: ИНФРА-М, 2017. — 240 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/520539>
4. Основные методы решения практических задач в курсе «Уравнения математической физики»: учебное пособие / Кудряшов С. Н. - Ростов-на-Дону : Издательство ЮФУ, 2011. - 308 с. ISBN 978-5-9275-0879-2 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/556282>
5. Сборник задач по уравнениям с частными производными / [Т. Д. Ветцель и др.]; под ред. А. С. Шамаева. - М.: БИНОМ, Лаб. знаний, 2005. - 158 с.

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>
1. Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/pde.htm> (Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ)
3. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС)

№ п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для материально-технического обеспечения дисциплины необходимы:

- учебная аудитория,
- доска,
- проектор (стационарный или переносной),
- компьютер или ноутбук,
- программное обеспечение (ПО).

Перечень программного обеспечения (ПО)

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
2	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
- для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
- письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
 - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
 - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
 - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
 - в печатной форме увеличенным шрифтом;
 - в форме электронного документа;
 - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа;
 - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
 - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;

- дисплеем Брайля PAC Mate 20;
- принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
 - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
 - акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
 - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1. Планы практических занятий

Тема 1. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории:	Глава I § 1 № 3, 5, 7, 9, 13, 17, 21; Глава 1 § 2 № 25, 27
Домашнее задание:	Глава I § 1 № 2, 6, 8, 10, 12, 16, 22; Глава 1 § 2 № 24, 26
Дополнительно:	Глава I § 1 № 14, 15, 18, 19; Глава 1 § 2 № 28, 29

Контрольные вопросы:

1. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка для функции двух независимых переменных.
2. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка с постоянными коэффициентами для функции более двух независимых переменных.
3. Области гиперболичности, параболичности и эллиптичности.

Тема 2. Физические задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Постановка краевых задач.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории:	Глава II § 1 № 1, 15, 23, 33, 50
Домашнее задание:	Глава II § 1 № 2, 16, 24, 34, 51
Дополнительно:	Глава II § 1 № 3, 4, 7, 17, 37

Контрольные вопросы:

1. Свободные колебания в среде без сопротивления.
2. Возмущенные колебания.
3. Колебания в среде с сопротивлением.
4. Кусочно-однородные среды.
5. Сосредоточенные факторы.

Тема 3. Метод распространяющихся волн (метод Даламбера).

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории:	Глава II § 2 № 52, 59, 69, 78
Домашнее задание:	Глава II § 2 № 53, 61, 70, 79
Дополнительно:	Глава II § 2 № 54, 62, 71, 87

Контрольные вопросы:

1. Задачи для бесконечной струны (стержня).
2. Задачи для полупрямой.
3. Кусочно-однородные среды.
5. Сосредоточенные факторы.

Тема 4. Метод разделения переменных для уравнений гиперболического типа.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории:	Глава II § 3 № 99, 110, 122, 126, 132, 138, 141, 164
Домашнее задание:	Глава II § 3 № 100, 111, 120, 127, 135, 139, 142, 165
Дополнительно:	Глава II § 3 № 102, 109, 124, 128, 136, 140, 145, 166

Контрольные вопросы:

1. Метод разделения переменных.
2. Свободные колебания в среде без сопротивления.
3. Свободные колебания в среде с сопротивлением.
4. Возмущенные колебания.
5. Колебания при неоднородности сред.

Тема 5. Метод интегральных представлений.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории:	Глава II § 4 № 174, 178, 182, 194, 198
Домашнее задание:	Глава II § 4 № 175, 179, 183, 195, 199
Дополнительно:	Глава II § 4 № 176, 180, 184, 196, 200

Контрольные вопросы:

1. Метод интеграла Фурье.
2. Метод отражений.
3. Метод Римана.

Тема 6. Физические задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Постановка краевых задач.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории:	Глава III § 1 № 1, 10, 12, 18
Домашнее задание:	Глава III § 1 № 3, 8, 14, 19
Дополнительно:	Глава III § 1 № 4, 6, 13, 20

Контрольные вопросы:

1. Законы теплопроводности и диффузии.
2. Диссипативные уравнения для однородных сред. Начальные и граничные условия.
3. Неоднородные среды и условия сопряжения. Кусочно-однородные среды.
4. Сосредоточенные факторы.
5. Подобие краевых задач.

Тема 7. Метод разделения переменных для уравнений параболического типа.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории:	Глава III § 2 № 24, 28, 33, 38, 41, 46, 51
Домашнее задание:	Глава III § 2 № 26, 29, 34, 36, 42, 47, 52
Дополнительно:	Глава III § 2 № 27, 30, 35, 39, 44, 48, 53

Контрольные вопросы:

1. Метод разделения переменных.
2. Однородные изотропные среды.
3. Задачи теплопроводности, диффузии, электродинамики.
4. Неоднородные среды и сосредоточенные факторы. Условия сопряжения.

Тема 8. Метод интегральных представлений и функции источников.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будаков, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории:	Глава III § 3 № 54, 56, 66, 76, 79, 85, 99, 104, 113
Домашнее задание:	Глава III § 3 № 55, 60, 67, 77, 80, 86, 100, 105, 114
Дополнительно:	Глава III § 3 № 57, 61, 68, 78, 81, 88, 101, 108, 115

Контрольные вопросы:

1. Интегральное преобразование Фурье и его применение.
2. Построение функций источников.
3. Применение функций Грина к решению краевых задач.
4. Неоднородные среды и сосредоточенные факторы. Условия сопряжения.

Тема 9. Физические задачи, приводящие к уравнениям эллиптического типа. Постановка краевых задач.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будаков, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории:	Глава IV § 1 № 1, 3, 5, 8, 10
Домашнее задание:	Глава IV § 1 № 2, 4, 6, 9, 11
Дополнительно:	Глава IV § 1 № 7, 12

Контрольные вопросы:

1. Краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона в однородной среде.
2. Физический смысл задачи Дирихле, задачи Неймана и третьей краевой задачи.
3. Краевые задачи для уравнения Лапласа в неоднородных средах.

Тема 10. Простейшие задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Функция источника.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будаков, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории:	Глава IV § 2 № 13(б, г), 14(б, г), 15, 20, 31, 32(в); Глава IV § 3 № 43, 55, 60
Домашнее задание:	Глава IV § 2 № 13(а, в), 14(а, в), 16, 21, 30, 32(б); Глава IV § 3 № 44, 56, 61

Дополнительно: Глава IV § 2 № 13(д, е), 14(д), 17, 27, 29, 34;
Глава IV § 3 № 45, 58, 63

Контрольные вопросы:

1. Краевые задачи для уравнения Лапласа.
2. Краевые задачи для уравнения Пуассона.
3. Функция источника для областей с плоскими границами.
4. Функция источника для областей со сферическими и плоскими границами.

Тема 11. Метод разделения переменных для уравнений эллиптического типа.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории: Глава IV § 4 № 65, 73, 83, 93, 101, 108, 113, 123, 134
Домашнее задание: Глава IV § 4 № 66, 74, 84, 94, 102, 109, 114, 124, 135
Дополнительно: Глава IV § 4 № 67, 75, 86, 95, 103, 106, 115, 125, 129

Контрольные вопросы:

1. Краевые задачи для круга, кольца и сектора.
2. Краевые задачи для полосы и прямоугольника.
3. Краевые задачи для плоского слоя и параллелепипеда.
4. Цилиндрические функции.
5. Сферические функции.

Тема 12. Потенциалы и их применение.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

Примерные задачи для решения в аудитории:

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории: Глава IV § 5 № 147, 150, 152, 157, 160, 165
Домашнее задание: Глава IV § 5 № 148, 151, 154, 158, 164, 166
Дополнительно: Глава IV § 5 № 149, 153, 155, 159, 161, 167

Контрольные вопросы:

1. Вычисление объёмного потенциала.
2. Вычисление поверхностного потенциала.
3. Краевые задачи, которые могут быть решены методами теории потенциалов.

9.2. Методические рекомендации по подготовке письменных работ

Реферат по дисциплине «Уравнения математической физики» объёмом 15-20 страниц выполняется студентом по теме, согласованной с преподавателем (раздел 5.3). Правила оформления реферата совпадают с правилами оформления курсовой работы,

которые подробно изложены в «Методических рекомендациях по разработке, написанию, оформлению и защите курсовых работ» (официальный сайт кафедры ФПМ ИИНТБ РГГУ).

Отчет по выполнению расчетно-графических работ по дисциплине «Уравнения математической физики» объемом 15-20 страниц выполняется студентом по каждой работе отдельно. Правила оформления отчета по выполнению расчетно-графических работ совпадают с правилами оформления реферата.

Приложения

Приложение 1

АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Уравнения математической физики» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: сформировать у будущих специалистов по прикладной математике базовые представления о методах математической физики и их приложениях в различных областях научных исследований и инженерной практики. Особое значение имеет знакомство с методами, наиболее часто применяемыми на практике при решении уравнений с частными производными, таких, например, как метод разделения переменных, метод интегральных преобразований, метод конечных разностей и вариационные методы. Задачи: познакомить студентов с классическими уравнениями математической физики: колебаний, диффузии, переноса, гидродинамики, Максвелла, Шредингера, а также с методами их решения, сформировать у слушателей элементарные навыки математического моделирования с использованием современных математических пакетов прикладных программ.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ОПК-1 - способен применять знание фундаментальной математики и естественнонаучных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: основные типы уравнений математической физики и методы их вывода из физических моделей; методы точного решения базовых уравнений математической физики

Уметь: производить оценку качества полученных решений прикладных задач; решать уравнения с частными производными первого порядка, уравнения диффузии (теплопроводности), волновое и Гельмгольца с постоянными коэффициентами, уравнение Шредингера для одномерного осциллятора

Владеть: классическими методами решения уравнений математической физики (характеристик, разделения переменных, преобразования Фурье, отражения, функции Грина) при анализе математических моделей реальных систем; навыками математической формализации прикладных задач; анализа и интерпретации решений соответствующих моделей.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола
1	Приложение к листу изменений №1	22.06.20	13

1. Структура дисциплины (п.2 для набора 2020г.)

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 152 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 56 ч., промежуточная аттестация 18 ч., самостоятельная работа обучающихся 78 ч.

Таблица 1

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная		Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия			
1	Основные уравнения математической физики	4	6	8		12	Опрос Реферат
2	Уравнения гиперболического типа	4	6	8		22	Опрос Расчётно-графическая работа №1
3	Уравнения параболического типа	4	6	8		22	Опрос Расчётно-графическая работа №2
4	Уравнения эллиптического типа	4	6	8		22	Опрос Контрольная работа
	Экзамен	4			18		Ответы на вопросы билета Итоговая контрольная работа
	Итого:		24	32	18	78	

2. Образовательные технологии (к п.4 на 2020г.)

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

3. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п. 6.2 на 2020г.)

Таблица 2

№ п/п	Наименование

1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

4. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2020г.)

Таблица 3

№ п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное
4	Zoom	Zoom	лицензионное