

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Российский государственный гуманитарный университет»  
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Факультет информационных систем и безопасности  
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

## **ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЯ**

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика  
Направленность (профиль) Математика информационных сред

Уровень квалификации выпускника - бакалавр  
Форма обучения - очная

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2019

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЯ

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

К.физ.-мат.н., доц. *Китаев Д.Б.*

Ответственный редактор

Д.пед.н., проф. *В.К. Жаров*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры  
фундаментальной и прикладной математики  
№ 13 от 28.06.19

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

### **1. Пояснительная записка**

1.1 Цель и задачи дисциплины

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

### **2. Структура дисциплины**

### **3. Содержание дисциплины**

### **4. Образовательные технологии**

### **5. Оценка планируемых результатов обучения**

5.1. Система оценивания

5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

### **9. Методические материалы**

9.1. Планы практических занятий

## **Приложения**

Приложение 1. Аннотация дисциплины

Приложение 2. Лист изменений

# 1. Пояснительная записка

## 1.1. Цель и задачи дисциплины

*Цель дисциплины:* ознакомление студента с методами математического анализа опережающих на идею вычисления значений различных величин: длин, площадей, объемов фигур и теории примитивных неопределенных интегралов.

*Задачи дисциплины:* воспитание функционального мышления у будущих специалистов, знакомство со строгой математической теорией, представление о диалектическом развитии математического знания.

## 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1. Знает и определяет области реализации фундаментальных понятий и владеет опытом адаптации текущих задач к формальным теориям.	<i>Знать:</i> основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных; <i>Уметь:</i> решать основные задачи на дифференцирование и интегрирование функций: вычислять кратные интегралы, уметь находить площади плоских фигур и объемы тел с помощью кратных интегралов, применять основные положения теории кратных интегралов к решению задач теории поля; <i>Владеть:</i> стандартными методами и моделями дифференциального и интегрального исчисления и их применением к решению прикладных задач.
	ОПК-1.2. Осуществляет поиск математических методов и умеет использовать необходимый теоретический материал для решения поставленных проблем.	<i>Знать:</i> основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных; <i>Уметь:</i> определять возможности применения теоретических положений и методов дифференциального и интегрального исчисления для постановки и решения конкретных прикладных задач; <i>Владеть:</i> стандартными методами и моделями дифференциального и интегрального исчисления и их применением к решению прикладных задач.
	ОПК-1.3. Владеет методами формализации естественнонаучных задач.	<i>Знать:</i> основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных; <i>Уметь:</i> применять основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и

		нескольких переменных; <i>Владеть:</i> стандартными методами и моделями дифференциального и интегрального исчисления и их применением к решению прикладных задач.
--	--	--

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальное и интегральное исчисления» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин: «Введение в математический анализ», «Теория функций действительной переменной».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Теория интегралов и неявных функций», «Дифференциальные уравнения».

## 2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 56 ч., промежуточная аттестация 18 ч., самостоятельная работа обучающихся 70 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная		Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия			
1	Неопределенный интеграл и простейшие приемы интегрирования.	3	4	4		8	Тест №1.
2	Интегрирование рациональных функций.	3	4	4		8	Коллоквиум.
3	Интегрирование иррациональных функций.	3	2	4		8	Домашняя контрольная работа (ДКР) №1.
4	Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.	3	2	4		8	Самостоятельная аудиторная работа
5	Определенный интеграл. Приложение определенного интеграла к задачам геометрии, механики и физики.	3	4	4		10	Домашняя контрольная работа №2 Тест №2
6	Несобственные интегралы.	3	2	4		8	Коллоквиум
7	Основные положения теории функции нескольких переменных	3	4	4		10	Домашняя контрольная работа №3
8	Функциональные определители. Теории неявных функций и их	3	2	4		10	Аудиторная самостоятельная работа

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная		Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия			
	приложений.						
9	Экзамен	3			18		Экзамен по билетам
	<b>Итого:</b>		<b>24</b>	<b>32</b>	<b>18</b>	<b>70</b>	

### 3. Содержание дисциплины

#### Тема 1. Неопределенный интеграл и простейшие приемы интегрирования.

Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов, интегрирование подстановкой и подведением под знак дифференциала (примеры). Интегрирование по частям (примеры).

#### Тема 2. Интегрирование рациональных функций.

Постановка задачи интегрирования в конечном виде. Простейшие рациональные дроби и их интегрирования. Разложение правильных дробей на простейшие, определение коэффициентов разложения методом неопределенных коэффициентов. Примеры интегрирования правильных рациональных дробей.

#### Тема 3. Интегрирование иррациональных функций.

Интегрирования выражений вида  $R(x, \sqrt[m]{\frac{\alpha x + \beta}{\gamma + \delta}})$  (примеры). Метод тригонометрических подстановок (примеры). Интегрирование биномиальных дифференциалов (примеры). Интегрирование выражений вида  $R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$ . Подстановки Эйлера. Геометрическая трактовка эйлеровых подстановок.

#### Тема 4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.

Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегрирование дифференциалов вида  $R(\sin x, \cos x)dx$ . Интегрирование выражений  $\sin^v x \cos^u x$  (примеры). Обзор других случаев.

#### Тема 5. Определенный интеграл. Приложение определенного интеграла к задачам геометрии, механики и физики.

Постановка задачи. Нижние и верхние интегральные суммы. Определенный интеграл – определение и доказательство его существования. Основные свойства определенного интеграла. Вычисление определенного интеграла – формула Ньютона-Лейбниц. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

Понятие площади, свойства аддитивности. Классы квадратуемых областей. Выражение площади определенным интегралом (примеры). Определение понятия объема, классы тел, имеющих объемы, выражение объема определенным интегралом (примеры). Площадь поверхности вращения (примеры). Площадь цилиндрической поверхности (примеры). Вычисление длины дуги плоской и пространственной кривой с помощью определенного интеграла (примеры). Нахождение статических моментов и центра тяжести плоской фигуры с помощью определенного интеграла. Вычисление работы силы с помощью определенного интеграла.

#### Тема 6. Несобственные интегралы.

Определение интегралов с бесконечными примерами. Применение основной формулы интегрального исчисления (примеры). Аналогия с рядами, простейшие теоремы. Сходимость интегралов в случае положительной функции, сходимость интегралов в общем случае. Признаки Абеля и Дирихле. Приведение несобственного интеграла к бесконечному ряду (примеры).

Определение интегралов от неограниченных функций. Замечания относительно особых точек. Применение основной формулы интегрального исчисления (примеры). Условия и признаки существования интеграла (примеры).

#### **Тема 7. Основные положения теории функции нескольких переменных**

Понятие функции нескольких переменных. Частные производные функции нескольких переменных. Дифференциал функции нескольких переменных. Производная сложной функции одной и нескольких независимых переменных. Производная по направлению, градиент функции и его физический смысл. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия существования экстремума функции нескольких переменных.

#### **Тема 8. Функциональные определители. Теории неявных функций и их приложений.**

Определение функциональных определителей (якобианов). Умножение якобианов. Умножение функциональных матриц (матриц Якоби). Понятия неявной функции от одной переменной. Теорема существования неявной функции. Дифференцируемость неявной функции. Неявные функции от нескольких переменных. Вычисления производных неявных функций (примеры).

Условные экстремумы. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Достаточные условия существования условного экстремума. Примеры и задачи. Понятия независимости функции. Ранг матрицы Якоби.

#### **4. Образовательные технологии**

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование раздела</b>	<b>Виды учебных занятий</b>	<b>Образовательные технологии</b>
1	2	3	4
1	Неопределенный интеграл и простейшие приемы интегрирования.	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Проблемная лекция Развернутая беседа с обсуждением вопросов и проведением тестирования Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций
2	Интегрирование рациональных функций.	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Проблемная лекция Развернутая беседа с обсуждением вопросов по теме Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций
3	Интегрирование иррациональных функций.	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Лекция-беседа Развернутая беседа с обсуждением вопросов и решением по теме Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
4	Интегрирование выражений,	Лекция	Лекция-беседа

	содержащих тригонометрические функции.	Практическое занятие Самостоятельная работа	Самостоятельная аудиторная работа по карточкам преподавателя Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций
5	Определенный интеграл. Приложение определенного интеграла к задачам геометрии, механики и физики.	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Дискуссия Развернутая беседа с обсуждением вопросов и решением по теме Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
6	Несобственные интегралы.	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Проблемная лекция Развернутая беседа с обсуждением вопросов по теме Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций
7	Основные положения теории функции нескольких переменных	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Проблемная лекция Развернутая беседа с обсуждением вопросов по теме Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
8	Функциональные определители. Теории неявных функций и их приложений.	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Проблемная лекция Развернутая беседа с обсуждением вопросов и решением задач по теме Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1. Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- тестирование	5 баллов	10 баллов
- коллоквиум	5 баллов	10 баллов
- домашняя контрольная работа	8 баллов	24 баллов
- самостоятельная аудиторная работа	8 баллов	16 баллов
Промежуточная аттестация (экзамен по билетам)		40 баллов
<b>Итого за семестр (дисциплину)</b>		<b>100 баллов</b>
Экзамен		

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала	Шкала ECTS	
95 – 100	отлично	A	
83 – 94		B	
68 – 82	хорошо	зачтено	
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	FX	
0 – 19		не зачтено	F

## 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	«отлично»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	«хорошо»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	«удовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	«неудовлетворительно»	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### Текущий контроль

#### *Примерные вопросы для коллоквиумов*

- 1) Понятие первообразной и неопределённого интеграла.
- 2) Формула замены переменной в неопределённом интеграле.
- 3) Формула интегрирования по частям в неопределённом интеграле.
- 4) Общий метод сведения интегралов от иррациональных функций к интегралам от рациональных функций.
- 5) Подстановки Эйлера при вычислении биномиальных дифференциалов.
- 6) Универсальная тригонометрическая подстановка при вычислении неопределённых интегралов.
- 7) Эллиптические интегралы 1,2 и 3-го рода.
- 8) Определение определённого интеграла и его свойства.
- 9) Геометрический смысл определённого интеграла.
- 10) Формула замены переменной в определённом интеграле.
- 11) Формула Ньютона –Лейбница при вычислении определённого интеграла.
- 12) Формулы вычисления площади плоской фигуры с помощью определённого интеграла.
- 13) Формула для вычисления длины дуги с определённым интегралом.

- 14) Формула для вычисления площади поверхности тела вращения плоской фигуры.
- 15) Определение не собственного интеграла 1-го рода, понятие сходимости и расходимости.
- 16) Определение несобственного интеграла второго рода, понятие его сходимости и расходимости
- 17) Условие дифференцируемости и интегрируемости под знаком интеграла, зависящего от параметра.
- 18) Понятие неявной функции и теорема ее существования.
- 19) Формула производной неявной функции одной независимой переменной.
- 20) Формула производной неявной функции нескольких независимых переменных.

**Примерные задания для домашней контрольной работы  
по теме «Неопределенный интеграл»**

1. $\int \frac{dx}{(\arcsin x)^3 \sqrt{1-x^2}}$	$\int x^2 e^{2x} dx$	$\int \frac{x^3 dx}{\left(\sqrt{1+x^2}\right)^5}$	$\int \operatorname{ctg}^3 x dx$
2. $\int \frac{\cos x \sin 2x dx}{3 \cos^3 x + 2}$	$\int x^2 \cos x dx$	$\int \frac{x^2 dx}{x^4 + x^2 - 2}$	$\int \frac{(\sqrt[6]{x} + 1) dx}{\sqrt[6]{x^2} + \sqrt[6]{x^5}}$
3. $\int \frac{\cos 2x dx}{\sin^6 x}$	$\int \frac{e^{3x} dx}{\sqrt{e^x + 1}}$	$\int x^3 \arcsin x dx$	$\int \frac{x^4 dx}{x^4 + 5x^2 + 4}$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+1} + \sqrt[3]{(2x+1)^2}}$	$\int x^3 e^{x^2} dx$	$\int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x} + \int \frac{(2x^3 - 1)^2}{x^4 + 2x^2 + 1}$	
5. $\int \frac{\sqrt{1 + \ln^2 x} dx}{x}$	$\int x^3 \operatorname{arctg} x dx$	$\int \frac{\sqrt{x+1} + 1 dx}{\sqrt{x+1} - 1}$	$\int \operatorname{tg}^4 x dx$
6. $\int \frac{\sqrt{1 + \ln x} dx}{x}$	$\int x^2 \operatorname{arctg} x dx$	$\int \frac{\sqrt{x-1} + 1 dx}{\sqrt{x-1} - 1}$	$\int x \operatorname{tg}^4 x^2 dx$
7. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x+1} + \sqrt[3]{(2x+1)^4}}$	$\int x^5 e^{x^3} dx$	$\int \frac{dx}{\sin x + 2 \cos x} + 3 \int \frac{(2x^2 - 1)^2}{x^4 + 2x^2 + 1}$	

8. $\int \frac{\cos 2x dx}{\sin^4 x}$	$\int \frac{e^{x^2} x dx}{\sqrt{e^{x^2} + 1}}$	$\int x^3 \arcsin x^2 dx$	$\int \frac{x^6 dx}{x^4 + 5x^2 + 4}$
9. $\int \frac{\cos x \sin x dx}{3 \cos^3 x + 2}$	$\int x^3 \cos x^2 dx$	$\int \frac{x^5 dx}{x^4 + x^2 - 2}$	$\int \frac{(\sqrt[8]{x} + 1) dx}{\sqrt[8]{x^2} + \sqrt[8]{x^5}}$
10. $\int \frac{dx}{(\arcsin x)^2 \sqrt{1 - x^2}}$	$\int x^3 e^{2x} dx$	$\int \frac{x^5 dx}{(\sqrt{1 + x^3})^5}$	$\int x^3 \operatorname{ctg}^3 x^4 dx$

**Примерные варианты самостоятельной аудиторной работы  
по теме «Неопределенный интеграл»**

Вариант 1.

Вычислить неопределенные интегралы:

- |   |   |
|---|---|
| 1) $\int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx$          | 4) $\int \frac{3x-1}{(x+1)(x^2+4)} dx$            |
| 2) $\int x(3x-2)^6 dx$                        | 5) $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x} + 2\sqrt[4]{x^3}}$ |
| 3) $\int \operatorname{arctg} \sqrt{2x+3} dx$ | 6) $\int \frac{\cos^5 x dx}{\sqrt{\sin x}}$       |

Вариант 2.

Вычислить неопределенные интегралы:

- 1)  $\int \frac{\sqrt[3]{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$
- 2)  $\int x(2x+5)^7 dx$
- 3)  $\int (x^2 + 3x + 2) \ln x dx$
- 4)  $\int \frac{2x+1}{(x-1)(x^2+9)} dx$
- 5)  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x}}$
- 6)  $\int \cos^4 6x dx$

**Примерные задания для домашней контрольной работы  
по теме «Определенный интеграл»**

1.  $\int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx.$

3.  $\int_{-1}^0 (x^2 + 4x + 3) \cos x dx.$

5.  $\int_{-4}^0 (x^2 + 7x + 12) \cos x dx.$

7.  $\int_0^{\pi} (9x^2 + 9x + 11) \cos 3x dx.$

9.  $\int_0^{2\pi} (3x^2 + 5) \cos 2x dx.$

11.  $\int_0^{2\pi} (3 - 7x^2) \cos 2x dx.$

13.  $\int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 1) \sin 3x dx.$

15.  $\int_0^{\pi} (x^2 - 3x + 2) \sin x dx.$

17.  $\int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) \sin 2x dx.$

19.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - 5x^2) \sin x dx.$

21.  $\int_1^2 x \ln^2 x dx.$

2.  $\int_{-2}^0 (x^2 - 4) \cos 3x dx.$

4.  $\int_{-2}^0 (x + 2)^2 \cos 3x dx.$

6.  $\int_0^{\pi} (2x^2 + 4x + 7) \cos 2x dx.$

8.  $\int_0^{\pi} (8x^2 + 16x + 17) \cos 4x dx.$

10.  $\int_0^{2\pi} (2x^2 - 15) \cos 3x dx.$

12.  $\int_0^{2\pi} (1 - 8x^2) \cos 4x dx.$

14.  $\int_0^3 (x^2 - 3x) \sin 2x dx.$

16.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 - 5x + 6) \sin 3x dx.$

18.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (x^2 + 17,5) \sin 2x dx.$

20.  $\int_0^3 (3x - x^2) \sin 2x dx.$

22.  $\int_1^{\frac{e^2}{4}} \frac{\ln^2 x dx}{\sqrt{x}}.$

**Пример варианта аудиторной самостоятельной работы  
по теме «Неявные функции»**

1) Найти  $\frac{dy}{dx}$ , если  $x^2 e^{2y} - y^2 e^{2x} = 0$ .

2) Найти  $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2}$ , если  $x + y = e^{x-y}$ .

3) Найти  $\frac{dz}{dx}, \frac{dz}{dy}, \frac{d^2 z}{dx dy}$ , если  $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4x + 2z - 5 = 0$ .

4) Функции  $y$  и  $z$  независимой переменной  $x$ , заданной системой уравнений: ;

. Найти  $\frac{dy}{dx}; \frac{dz}{dx}; \frac{d^2 y}{dx^2}; \frac{d^2 z}{dx^2}$  при  $x = 1; y = -2; z = 2$ .

5) Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности в указанной точке:

$$x^2 + 2y^2 - 3z^2 + xy + yz - 2xz + 16 = 0 \quad M(1; 2; 3)$$

6) Найти условный экстремум функции  $z = x^2 + y^2 - xy + x + y - 4$  при  $x + y + 3 = 0$ .

**Примерные вопросы для тестирования  
по теме «Неопределенный интеграл»**

1) Каким методом следует вычислять интеграл  $\int x e^x dx$ ? Выбрать правильный ответ

А) Метод подведения под знак дифференциала

Б) Метод подстановки

В) Метод интегрирования по частям

2)  $\int \sin(3x + 5) dx = ?$  Выбрать правильный ответ.

А)  $\cos(3x+5)+C$

Б)  $\cos 3x+C$

В)  $-\frac{1}{3} \cos(3x + 5) + C$

С)  $-\frac{1}{3} \cos 3x + C$

3)  $\int \frac{x^4 dx}{x^5+1} = ?$  Выбрать правильный ответ.

А)

Б)

В)  $\frac{1}{5} \ln |x^4 + 1| + C$

4)  $\int \frac{x-1}{x+1} dx = ?$  Выбрать правильный ответ.

А)  $\ln|x + 1| + C$

- Б)  $x + \ln|x + 1| + C$   
 В)  $x - 2\ln|x + 1| + C$
- 5)  $\int \cos^2 2x = ?$  Выбрать правильный ответ.  
 А)  $\sin 4x + C$   
 Б)  $\frac{1}{2}x + \frac{1}{8} \cos 4x + C$   
 В)  $\sin^2 4x + C$

**Примерные варианты тестирования  
по теме «Определенный интеграл»**

- 1) Вычислить определенный интеграл  $\int_1^2 \frac{dx}{x^3}$
- 2) Вычислить определенный интеграл  $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$
- 3) Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=4-x^2$   $y=0$
- 4) Вычислить длину дуги кривой  $y = x^{3/2}$   $0 \leq x \leq 5$
- 5) Найти объем тела, полученного от вращения криволинейной трапеции  $y=x^2$   $y=\sqrt{x}$   $y=0$  вокруг оси  $ox$

**Промежуточная аттестация (экзамен)**

**Примерные контрольные вопросы по курсу**

- 1) Перечислить и доказать основные свойства определенного интеграла.
- 2) Формула замены переменного в неопределенном интеграле. Вывод формулы.
- 3) Формула интегрирования по частям. Вывод формулы.
- 4) Теорема разложения правильной рациональной дроби на сумму простейших.
- 5) Методы интегрирования иррациональных функций.
- 6) Метод универсальной тригонометрической подстановки при интегрировании выражений, содержащих тригонометрические функции.
- 7) Метод интегрирования выражений вида:  $\sin^m x \cos^n x$ . Перечислить все возможные случаи.
- 8) Эллиптические интегралы 1, 2 и 3-го рода. Приведение эллиптических интегралов к канонической форме.
- 9) Определенный интеграл. Определение и доказательство его существования.
- 10) Теорема о производной от определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Доказательство.
- 11) Формула Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла. Вывод формулы.
- 12) Формула замены переменного в определенном интеграле. Вывод.

- 13) Формулы для вычисления площади плоской фигуры, длины дуги плоской и пространственной кривой и объемов тела вращения с помощью определенного интеграла.
- 14) Несобственный интеграл первого рода. Определение сходимости и расходимости интеграла. Привести примеры.
- 15) Несобственный интеграл второго рода. Определение сходимости и расходимости интеграла. Привести примеры.
- 16) Понятие неявной функции. Теорема существования неявной функции.
- 17) Дифференцируемость неявной функции, вычисление производных неявной функции, зависящей от одной и нескольких переменных.
- 18) Понятие относительного экстремума, достаточные условия существования. Метод множителей Лагранжа.
- 19) Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности в данной точке.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### 6.1. Список источников и литературы

#### **Литература**

##### *Основная литература*

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учеб. пособие для вузов / Н. С. Пискунов. - Изд. 13-е. - М.: Наука, 1985. - . Ч. 2. - М.: Наука, 1985. - 560 с.  
. Ч. 1. - М.: Наука, 1985. - 432 с.
2. Сборник задач по математике для вузов: в 4 ч. / [Болгов В. А. и др.] ; под общ. ред. А. В. Ефимова, Б. П. Демидович. - 3-е изд., испр. - М.: Наука, 1993 - Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа. - 1993. - 478 с.
3. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 4-е, стер. - М.: Лань, 2004. – Ч. 1. - 2004. - 440 с.  
Ч. 2. - 2004. - 463 с.
4. Краснова С. А. Основы математического анализа : учеб. пособие / С. А. Краснова, В. А. Уткин ; [отв. ред. В. В. Кульба ; Федер. агентство по образованию, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Рос. гос. гуманитарный ун-т"]. - М.: РГГУ, 2010. - 557 с.

##### *Дополнительная литература*

1 Никольский С. М. Курс математического анализа: учебник для студентов физ. и мех.-мат. специальностей вузов / С. М. Никольский. - 5-е изд., перераб. - М.: Физматлит : Лаб. базовых знаний, 2000. - 591 с.

## 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Курс лекций по математическому анализу: [https://mipt.ru/dasr/upload/634/f\\_3kgr9r-arphh81ii9w.pdf](https://mipt.ru/dasr/upload/634/f_3kgr9r-arphh81ii9w.pdf)

2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС)

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для материально-технического обеспечения дисциплины необходимы:

- учебная аудитория,
- доска,
- проектор (стационарный или переносной),
- компьютер или ноутбук,
- программное обеспечение (ПО).

### Перечень программного обеспечения (ПО)

№ п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP / Windows 7 / Windows 10	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

## 8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные

методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
  - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
  - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
  - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
  - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
  - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
  - в печатной форме увеличенным шрифтом;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
  - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
  - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
  - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
  - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
  - акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
  - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы

### 9.1. Планы практических занятий

№№ занятий	Темы, задания практических занятий
1.	Неопределенный интеграл и простейшие приемы его вычисления [2] из осн. литературы*: А.: Ч.1: с.271-279: 6.11, 6.19, 6.21, 6.27, 6.45, 6.47, 6.53, 6.59, 6.67, 6.115, 6.117, 6. 125, 6. 127, 6. 129, 6. 131, 6.135. Д.: Ч.1: с.271-279: 6.16, 6.20, 6. 22, 6. 28, 6. 48, 6. 54, 6. 60, 6. 68, 6. 118, 6. 126, 6. 130, 6. 136.
2.	Интегрирование рациональных функций. [2] из осн. литературы: А.:Ч.1: с.284: 6. 158, 6. 160, 6.162, 6.164, 6. 166, 6.168, 6. 170, 6. 172, 6. 176. Д.:Ч.1: с.284: 6. 159, 6. 161, 6. 163, 6. 167, 6. 169, 6. 171, 6. 179, 6. 186, 6. 188.
3.	Интегрирование иррациональных функций. [2] из осн. литературы: А.:Ч.1: с.290-293: 6. 238, 6. 240, 6. 242, 6. 244, 6. 246, 6. 248, 6. 250, 6. 252, 6. 254, 6. 256. Д.:Ч.1: с.290-293: 6. 239, 6. 241, 6. 243, 6. 245, 6. 247, 6. 249, 6. 251, 6. 253, 6. 255, 6. 257.
4.	Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. [2] из осн. литературы: А.:Ч.1: с.287-288: 6. 190, 6. 192, 6. 194, 6. 196, 6. 198, 6. 200, 6. 202, 6. 204, 6. 206, 6. 212. Д.:Ч.1: с.287-288:6. 191, 6. 193, 6. 195, 6. 197, 6. 199, 6. 201, 6. 203, 6. 205, 6. 207, 6. 213.
5.	Определенный интеграл [2] из осн. литературы: А.:Ч.1: с.297-298: 6. 324, 6. 326, 6. 328, 6. 330, 6. 332, 6. 334, 6. 336, 6. 338, 6. 340, 6. 342, 6. 344. Д.:Ч.1: с.297-298: 6. 325, 6. 327, 6. 329, 6. 331, 6. 333, 6. 335, 6. 337, 6. 339, 6.

\* Сборник задач по математике для вузов: в 4 ч. / [Болгов В. А. и др.] ; под общ. ред. А. В. Ефимова, Б. П. Демидович. - 3-е изд., испр. - М.: Наука, 1993 - Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа. - 1993. - 478 с.

	341, б. 343.
6.	Некоторые приложения определенных интегралов. [2] из осн. литературы: А.:Ч.1: с.303-304:б. 386, б. 388, б. 390, б. 392, б. 394, б. 400, б. 402, б. 404, б. 406.. Д.:Ч.1: с.303-304:б. 387,б. 389, б. 391, б. 393, б. 395, б. 401, б. 403, б. 405, б. 407.
7.	Приложение определенного интеграла к задачам геометрии, механики и физики. [2] из осн. литературы: А.:Ч.1: с.313-323:б. 453, б. 455, б. 457, б. 493, б. 495, б. 497, б. 499, б. 518, б. 520, б. 522, б. 534, б. 536, б. 538. Д.:Ч.1: с.313-323:б.454, б. 456, б. 458, б. 494, б. 496, б. 498, б. 500, б. 519, б. 521, б. 523, б. 535, б. 537, б. 539.
8.	Несобственные интегралы. [2] из осн. литературы: А.:Ч.1: с.306:б. 411, б. 413, б. 415, б. 417, б. 419, б. 425, б. 427 Д.:Ч.1: с.306:б. 412, б. 414, б. 416, б. 418, б. 420, б. 426, б. 428.
9.	Несобственные интегралы от неограниченных функций. [2] из осн. литературы: А.:Ч.1: с.309:б. 433, б. 435, б. 437, б. 439, б. 441, б. 443, б. 445. Д.:Ч.1: с.309:б. 434, б. 436, б. 438, б. 440, б. 442, б. 444, б. 446.
10.	Свойства и преобразования несобственных интегралов. [2] из осн. литературы: А.:Ч.2: с.336:8. 165, 8. 167, 8. 169, 8. 171, 8. 175, 8. 177 (а), Д.:Ч.2: с.336:8. 166, 8. 168, 8. 170, 8. 172, 8. 176, 8. 177 (б)
11.	Основные положения теории функции нескольких переменных [2] из осн. литературы: А: Ч.1: 7.55 – 7.58, 7.101-7.106, 7.114-7.118 Д: Ч.1: 7.59-7.65, 7.107-7.113
12.	Функциональные определители и их приложения. [2] из осн. литературы: А.:Ч.1: с.354:7. 140, 7. 142, 7. 144, 7. 146, 7. 150, 7. 152 Д.:Ч.1: с.337:7. 141, 7. 143, 7. 145, 7. 147, 7. 151, 7. 153
13.	Функциональные определители и их приложения. [2] из осн. литературы: А.:Ч.1: с.369: 7. 201, 7. 203, 7. 205, 7. 207, 7. 209, 7. 215, 7. 219, 7. 221, 7. 233 (а), 7. 235. Д.:Ч.1: с.369: 7. 202, 7. 204, 7. 206, 7. 208, 7. 210, 7. 216, 7. 220, 7. 222, 7. 233(б), 7. 236

## ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

### АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Дифференциальное и интегральное исчисления» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

*Цель дисциплины:* ознакомление студента с методами математического анализа опережающих на идею вычисления значений различных величин: длин, площадей, объемов фигур и теории примитивных неопределенных интегралов.

*Задачи дисциплины:* воспитание функционального мышления у будущих специалистов, знакомство со строгой математической теорией, представление о диалектическом развитии математического знания.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ОПК-1. Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:* основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных;

*Уметь:* решать основные задачи на дифференцирование и интегрирование функций; вычислять кратные интегралы, уметь находить площади плоских фигур и объемы тел с помощью кратных интегралов, применять основные положения теории кратных интегралов к решению задач теории поля; определять возможности применения теоретических положений и методов дифференциального и интегрального исчисления для постановки и решения конкретных прикладных задач; применять основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных;

*Владеть:* стандартными методами и моделями дифференциального и интегрального исчисления и их применением к решению прикладных задач.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ**

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола
1	Приложение к листу изменений №1	22.06.20	13

## 1. Структура дисциплины (п.2 для приема 2020г.)

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 152 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 56 ч., промежуточная аттестация 18 ч., самостоятельная работа обучающихся 78 ч.

Таблица 1

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная		Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия			
1	Неопределенный интеграл и простейшие приемы интегрирования.	3	4	4		8	Тест №1.
2	Интегрирование рациональных функций.	3	4	4		8	Коллоквиум.
3	Интегрирование иррациональных функций.	3	2	4		8	Домашняя контрольная работа (ДКР) №1.
4	Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.	3	2	4		8	Самостоятельная аудиторная работа
5	Определенный интеграл. Приложение определенного интеграла к задачам геометрии, механики и физики.	3	4	4		12	Домашняя контрольная работа №2 Тест №2
6	Несобственные интегралы.	3	2	4		10	Коллоквиум
7	Основные положения теории функции нескольких переменных	3	4	4		12	Домашняя контрольная работа №3
8	Функциональные определители. Теории неявных функций и их приложений.	3	2	4		12	Аудиторная самостоятельная работа
9	Экзамен	3			18		Экзамен по билетам
	<b>Итого:</b>		<b>24</b>	<b>32</b>	<b>18</b>	<b>78</b>	

## 2. Образовательные технологии (к п.4 на 2020г.)

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

## 3. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п. 6.2 на 2020г.)

Таблица 2

№ п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

## 4. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2020г.)

Таблица 3

№ п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP/ Windows 7 / Windows 10	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное
4	Zoom	Zoom	лицензионное